MATEMATIKA 9

UŽDAVINYNAS



MATEMATIKA 9

UŽDAVINYNAS

TEV

VILNIUS 2001

UDK 51(075.3)
Ma615

Lietuvos Respublikos švietimo ir mokslo ministerijos leista naudoti 2000 06 20, grifo Nr. 113

Darbo vadovas *Valdas Vanagas*

Redaktoriai: *Juozas Mačys, Žydrūnė Stundžienė*

Programinė įranga: *Rolandas Jakštys, Tadeuš Šeibak*

Kompiuterinė grafika: *Inga Paukštienė, Edita Tatarinavičiūtė*

Teksto kompiuterinis rinkimas ir maketavimas: *Nijolė Drazdauskienė, Aldona Žalienė*

Korektorė *Birutė Laurinskienė*

Gamybos vadovas *Algimantas Paškevičius*

Konsultantai: *Aleksandras Plikusas, Marytė Stričkienė, Elmundas Žalys*

Leidyklos TEV interneto svetainė www.tev.lt

ISBN 9986-546-88-5

TURINYS

LEIDĖJŲ ŽODIS

Šio uždavinyno tikslas — padėti mokytojams ir mokiniams dirbti pagal naująją programą ir naująjį vadovėlį „Matematika 9“. Uždavinyne yra 10 skyrių, atitinkančių vadovėlio turinį. Iš viso pateikta daugiau kaip 760 uždavinių. Sunkesni uždaviniai pažymėti žvaigždute. Uždaviniai, kurių numeriai pabraukti, skirti besidomintiems matematika ir yra neprivalomi. Uždaviniai, kurių numeriai pabraukti ir dar pažymėti žvaigždute, turėtų susilaukti pačių stipriausių moksleivių dėmesio. Knygos gale pateikti uždavinių atsakymai.

Uždavinius parinko 9 klasės matematikos vadovėlio autoriai Irena Bagdonienė, Jolanta Knyvienė, Adelija Kuzmarskienė, Kazimieras Pulmonas, Juozas Šinkūnas.

Atsiliepimus ir pastabas prašome siųsti į leidyklą adresu:
Akademijos g. 4, LT-2600 Vilnius.

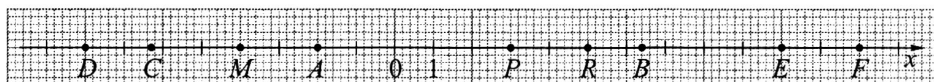
1. TIESINĖ FUNKCIJA

1. Koordinačių tiesėje pažymėkite taškus:

a) $A(4)$, $B(-3)$, $C(-2{,}5)$, $D(5)$; b) $K(-1{,}5)$, $L(3)$, $M(4{,}5)$, $N(-4)$.

2. Raskite atstumą tarp koordinačių tiesės taškų:

a) R ir E b) P ir R c) A ir C d) R ir F
e) C ir B f) M ir R g) A ir B h) D ir B



3. Koordinačių tiesėje pažymėkite taškus $A(-4)$, $B(6)$ ir atkarpos AB vidurio tašką M.

a) Raskite atstumą tarp taškų: A ir B, A ir M, B ir M.
b) Nurodykite taško M koordinatę.

4. Raskite koordinačių tiesės atkarpos vidurio taško koordinatę, kai žinomos atkarpos galų taškų koordinatės:

a) $A(2)$, $B(6)$ b) $C(-2)$, $D(4)$ c) $E(-6)$, $F(2)$
d) $K(-2{,}4)$, $L(6{,}4)$ e) $M(-2{,}5)$, $N(8{,}5)$ f) $P\left(-8\frac{1}{3}\right)$, $R\left(6\frac{1}{3}\right)$

5. Raskite koordinačių tiesės atkarpos vidurio taško koordinatę, kai žinomos atkarpos galų taškų koordinatės:

a) $A(3{,}17)$, $B(12{,}83)$ b) $C(-4{,}25)$, $D(26{,}05)$ c) $E(-11{,}3)$, $F(43{,}1)$
d) $K(m)$, $L(n)$ e) $M(a)$, $N(4-a)$ f) $P(1+2a)$, $R(a-0{,}5)$
g) $S(7{,}5)$, $T(18+2m)$ h) $U(2-a)$, $V(a+4)$

6. Nurodykite taško abscisę ir ordinatę:

a) $A(2; 4)$; b) $B(-4; 3)$; c) $C(2{,}5; -16{,}2)$; d) $D(-7{,}1; 8{,}25)$.

7. Nurodykite, kuriam koordinačių plokštumos ketvirčiui priklauso taškai:

a) $A(2; 3)$, $B(-1; 7)$, $C(-2{,}25; -13)$, $D(7{,}16, -81{,}01)$;
b) $K\left(-\frac{1}{2}; 3\right)$, $L\left(2{,}5; -3\frac{1}{7}\right)$, $M(-100; -1{,}7)$, $N\left(\frac{2}{7}; 5\frac{1}{6}\right)$;
c) $P(a; 3)$, kai $a < 0$; $R(5{,}2; m)$, kai $m > 0$; $S(x; -16)$, kai $x < 0$;
d) $T(a; b)$, kai $a > 0$, $b < 0$; $U(-a; b)$, kai $a > 0$, $b > 0$;
$Z(-a; -b)$, kai $a > 0$, $b < 0$; $F(a; -b)$, kai $a < 0$, $b > 0$.

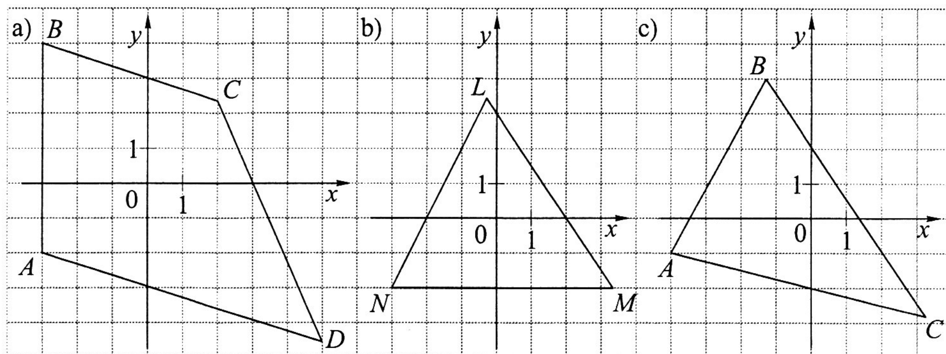
8. Kaip išsidėstę koordinačių plokštumoje taškai, kurių abscisė lygi:

a) 2; b) -4; c) 3; d) -6; e) 0?

9. Kaip išsidėstę koordinačių plokštumoje taškai, kurių ordinatė lygi:

a) 3; b) -2; c) 4; d) 2; e) 0?

10. Nurodykite koordinates taškų, kuriuose daugiakampio kraštinės kerta koordinačių ašis:



11. Nubraižykite stačiakampį, kai žinomos trijų jo viršūnių koordinatės, ir nurodykite ketvirtos viršūnės koordinates:

a) $A(-1; 0)$, $C(1; 4)$, $D(1; 0)$ b) $B(-2; 1)$, $C(2; 1)$, $D(2; -1)$

c) $A(-2; 3)$, $B(4; 3)$, $D(-2; -3)$ d) $A(2; 4)$, $B(-3; 4)$, $C(-3; 2)$

12. Žinomos kvadrato $ABCD$ trijų viršūnių koordinatės: $A(-2; -2)$, $B(-2; 4)$, $D(4; -2)$. Raskite ketvirtos kvadrato viršūnės koordinates.

13. Žinomos kvadrato $ABCD$ dviejų viršūnių koordinatės: $A(2; 3)$ ir $B(2; -2)$. Raskite kitų dviejų viršūnių koordinates. Kiek sprendinių turi uždavinys?

14*. Lygiagretainio trijų viršūnių koordinatės yra: $(-3; 4)$, $(-4; 1)$ ir $(0; 5)$. Raskite ketvirtos viršūnės koordinates. Kiek sprendinių turi uždavinys?

15*. Žinomos kvadrato $KLMN$ dviejų priešingų viršūnių koordinatės: $K(3; -3)$, $M(-3; 3)$. Raskite kitų dviejų viršūnių koordinates. Kiek sprendinių turi uždavinys?

16. Kvadrato $KLMN$ kraštinė lygi 5, o viršūnės K koordinatės yra $(-3; 2)$. Raskite kitų kvadrato viršūnių koordinates, jeigu žinoma, kad kraštinė LM lygiagreti abscisių ašiai, o koordinačių pradžios taškas yra kvadrato viduje.

17. Kvadrato kraštinės lygiagrečios koordinačių ašims, o įstrižainių susikirtimo taškas sutampa su koordinačių pradžios tašku. Raskite kvadrato viršūnių koordinates, jeigu žinoma, kad kvadrato kraštinės ilgis lygus 6.

18. Apskaičiuokite atkarpos AB vidurio taško M koordinates, kai:

a) $A(5; -4)$, $B(-1; 2)$; b) $A(8; -2)$, $B(-4; -6)$.

19. Taškai M ir N yra apskritimo skersmens galai. Raskite apskritimo centro O koordinates, kai:

a) $M(-3; 5)$, $N(7; -3)$; b) $M(7; -4)$, $N(1; 6)$.

20. a) Taškas $M(3; -5)$ — atkarpos AB vidurio taškas. Taško A koordinatės — $(0; 1)$. Raskite taško B koordinates.

b) Taškas $M(-3; -2)$ — atkarpos AB vidurio taškas. Taško B koordinatės — $(4; 7)$. Raskite taško A koordinates.

21*. Duoti taškai $M(1; 2)$ ir $N(4; -2)$. Taškas N yra atkarpos MK, o taškas P — atkarpos NK vidurio taškas. Raskite taškų K ir P koordinates.

22. Raskite atstumą nuo taško $A(-3; 2)$ iki:
a) abscisių ašies; b) ordinačių ašies; c) koordinačių pradžios taško.

23. Raskite atstumą tarp taškų M ir N, kai:
a) $M(3; -6)$, $N(3; 6)$ b) $M(-4; 3)$, $N(-4; -5)$
c) $M(4; 0)$, $N(0; 3)$ d) $M(0; -3)$, $N(-4; 0)$

24. Įrodykite, kad trikampis yra lygiašonis, jei jo viršūnių koordinatės yra:
a) $A(-5; 6)$, $B(3; -9)$, $C(-12; -17)$; b) $M(4; 8)$, $N(7; 0)$, $K(12; 11)$.

25. Duoti taškai $A(5; 0)$, $B(0; 2)$ ir $C(2; 7)$. Įrodykite, kad trikampis ABC yra statusis.

26. Taškai $A(4; 6)$, $B(-4; 0)$, $C(-1; -4)$ yra trikampio ABC viršūnės. Raskite:
a) trikampio perimetrą;
b) pusiaukraštinės CM ilgį;
c) atkarpos DE ilgį, kai D — kraštinės AB, o E — kraštinės AC vidurio taškas.

27. Trapecijos $ABCD$ viršūnių koordinatės yra $A(-2; -2)$, $B(-3; 1)$, $C(7; 7)$ ir $D(3; 1)$. Taškas M yra kraštinės AB, o N — kraštinės CD vidurio taškas. Raskite:
a) taškų M ir N koordinates; b) atkarpos MN ilgį.

28. Duoti taškai $A(3; 0)$, $B(0; 1)$, $C(2; 7)$ ir $D(5; 6)$. Įrodykite, kad keturkampis $ABCD$ yra stačiakampis.

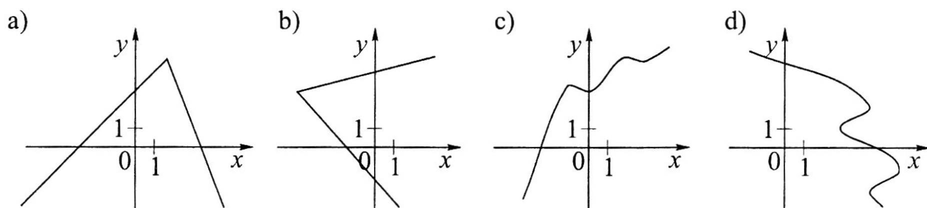
29. Raskite ordinačių ašies tašką, vienodai nutolusį nuo taškų:
a) $A(-3; 5)$ ir $B(6; 4)$; b) $M(8; 1)$ ir $N(4; -3)$.

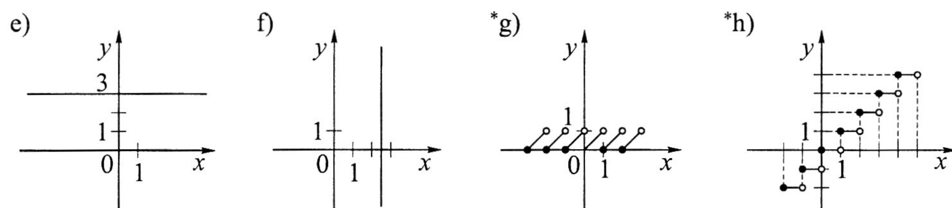
30. Raskite abscisių ašies tašką, vienodai nutolusį nuo taškų:
a) $L(1; 2)$ ir $K(-3; 4)$; b) $M(1; 1)$ ir $N(3; 5)$.

31. Perskaitykite lygybę ir nurodykite nepriklausomąjį kintamąjį:
a) $f(x) = 5x - 0{,}2$ b) $s(t) = 15t + 40$ c) $g(y) = 3y + 4{,}7$
d) $t(s) = \frac{s}{100}$ e) $s(r) = \pi r^2$ f) $v(r) = 2\pi rh$

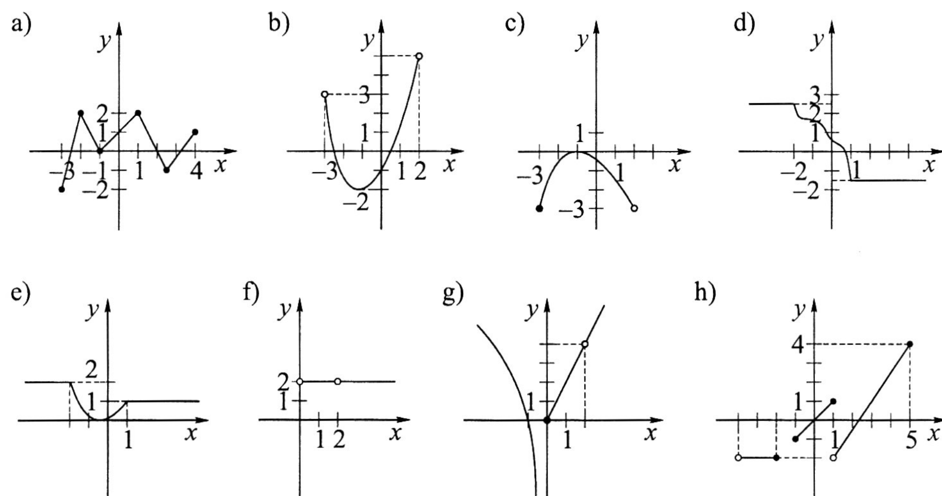
32. Funkcijos išreikštos formulėmis: $f(x) = 5 - x$, $g(t) = 3t + 4$, $s(v) = 10v$, $h(m) = 4m^2$. Apskaičiuokite:
a) $h(-11)$ b) $g(12{,}6)$ c) $s(100)$ d) $h(6)$
*e) $\frac{h(0) \cdot g(-7)}{f(6)}$ *f) $4g(4{,}7 - f(3{,}6))$ *g) $\frac{h(10) + s(1)}{2{,}5}$ *h) $\frac{g(10) - 7}{f(7) - f(10)}$

33. Priklausomybė $y = f(x)$ išreikšta grafiku. Ar ta priklausomybė yra funkcija?





34. Iš grafiko raskite funkcijos apibrėžimo sritį ir reikšmių sritį.



35. Ar duotoji dviejų dydžių priklausomybė yra funkcija nuo x:

a) $y = \frac{5-2x}{11}$ b) $y = \frac{3-x}{2}$

c) $y - x = 4$ d) $y = |x-4|$?

36. Raskite funkcijos apibrėžimo sritį:

a) $f(x) = 0{,}1x - 4$ b) $g(x) = 7 - 3x$ c) $h(x) = \frac{2+x}{x-4}$

d) $t(x) = \sqrt{x-1}$ e) $s(x) = \frac{4-3x}{x+2}$ f) $p(x) = \frac{3}{x^2-4}$

*g) $u(x) = \frac{\sqrt{x-4}}{5-x}$ h) $v(x) = \frac{2x^2+1}{17}$

37. Iš aštuonių nurodytų funkcijų išrinkite tiesines ir nurodykite koeficiento k reikšmę:

1) $f(x) = -\frac{x}{7}$;

2) $f(x) = \frac{3}{x}$;

3) $f(x) = \frac{3x+9}{4} - 2{,}25$;

4) $f(x) = (1-x)(x+1) + x^2 + x$;

5) $f(x) = (2x-0{,}6)^2 - 4x^2 - 1{,}36$;

6) $f(x) = 5x^2 - (2+\sqrt{5}x)(\sqrt{5}x - 2) - 4 + x$;

7) $f(x) = (\sqrt{3} - x)^2 - 3 - x^2$;

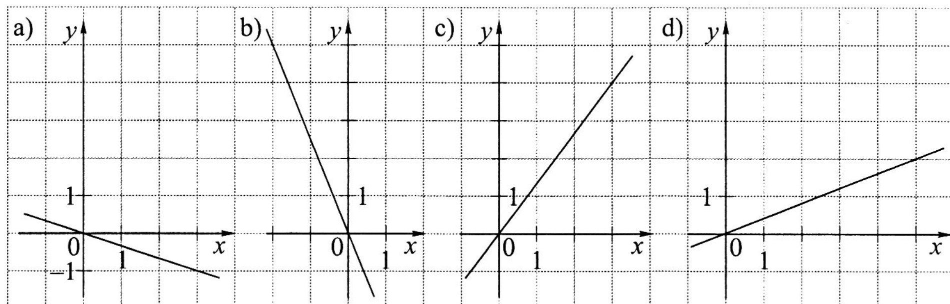
8) $f(x) = (3x-1)(3x+1) - (1-3x)^2 + 2$.

38. Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką, jei:

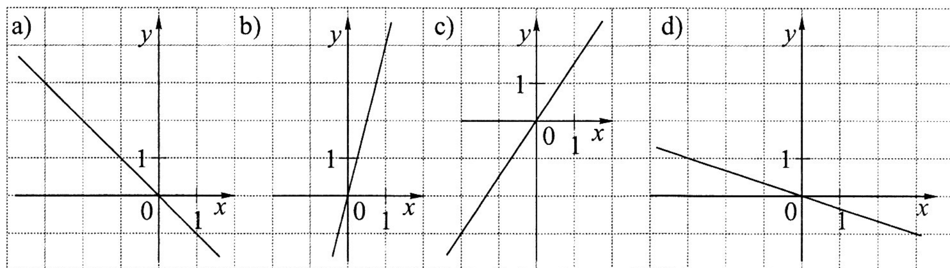
a) $f(x) = \frac{1}{3}x$ b) $f(x) = 2{,}5x$ c) $f(x) = 1{,}2x$

d) $f(x) = -\frac{5}{6}x$ e) $f(x) = -0{,}75x$ f) $f(x) = -3{,}5x$

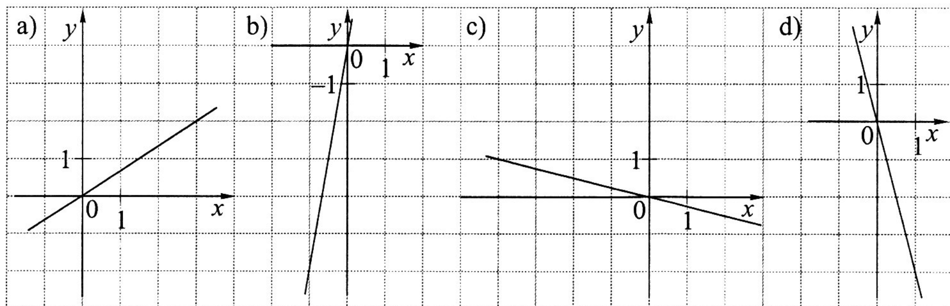
39. Iš grafiko raskite funkcijos $f(x) = kx$ koeficiento k reikšmę:



40. Užrašykite funkciją $f(x) = kx$, kurios grafikas yra nubrėžtoji tiesė:



41. Nustatykite, kurią funkciją: $f(x) = -\frac{1}{4}x$, $g(x) = -4x$, $h(x) = \frac{2}{3}x$ ar $u(x) = 6x$ atitinka grafikas:



42. Ar funkcijos $f(x) = 4x$ grafikas eina per tašką, kurio koordinatės:

a) $(-2; 8)$; b) $(1{,}5; 6)$; c) $(-3{,}75; -15)$; d) $(-1{,}25; -9)$?

43. Nustatykite funkcijos $f(x) = kx$ koeficientą k, jeigu žinoma, kad jos grafikas eina per tašką:

a) $K(1{,}5; 6)$; b) $L(-2{,}4; 12)$; c) $M(-2{,}75; 11)$; d) $N(1{,}8; -9)$.

44. Raskite didžiausią ir mažiausią funkcijos reikšmę nurodytame intervale:

a) $f(x) = 2x$, kai $x \in [0; 3]$
b) $f(x) = -\frac{1}{4}x$, kai $x \in [-4; 1]$
c) $f(x) = \frac{2}{3}x$, kai $x \in [-6; -3]$
d) $f(x) = 0{,}75x$, kai $x \in [-4; 8]$
e) $f(x) = -1{,}5x$, kai $x \in [-8; 6]$
f) $f(x) = -3{,}75x$, kai $x \in [-8; 4]$

45. Ką galima pasakyti apie koeficientų k_1 ir k_2 reikšmes, jeigu žinoma, kad funkcijos $f(x) = k_1x$ grafikas yra I ir III koordinačių ketvirčiuose, o $g(x) = k_2x$ — II ir IV ketvirčiuose?

46. Kuriuose koordinačių ketvirčiuose yra funkcijos $f(x) = kx$ grafikas, jeigu žinoma, kad jis eina per tašką:

a) $M(a; 2)$, $a > 0$
b) $M(3; b)$, $b < 0$
c) $K(-a; b)$, $a < 0$, $b < 0$
d) $L(-3; -b)$, $b < 0$
*e) $R(-a; 2+b)$, $a > 0$, $b > 0$
*f) $M(-2+a; b-3)$, $a < 0$, $b < 0$?

47*. Įrodykite, kad funkcija yra nelyginė:

a) $f(x) = 3x$; b) $f(x) = -6x$; c) $f(x) = 1{,}5x$; d) $f(x) = -\frac{3}{4}x$.

48. Įrodykite, kad funkcija yra didėjanti:

a) $f(x) = 2x$; b) $f(x) = \frac{2}{3}x$; c) $f(x) = 4x$; d) $f(x) = 2{,}4x$.

49. Įrodykite, kad funkcija yra mažėjanti:

a) $f(x) = -6x$; b) $f(x) = -\frac{3}{7}x$; c) $f(x) = -10x$; d) $f(x) = -2{,}5x$.

50*. Įrodykite, kad funkcija $f(x) = mx$ yra didėjanti, kai $m > 0$; mažėjanti, kai $m < 0$.

51*. a) Kam lygus bet kurio taško, priklausančio III ir I koordinačių ketvirčių pusiaukampinei, koordinačių skirtumas?
b) Kam lygi bet kurio taško, priklausančio II ir IV koordinačių ketvirčių pusiaukampinei, koordinačių suma?

52. Užrašykite:
a) I ir III koordinačių ketvirčių pusiaukampinės lygtį;
b) II ir IV koordinačių ketvirčių pusiaukampinės lygtį;
*c) III ir I koordinačių ketvirčių pusiaukampinės be koordinačių pradžios taško lygtį;
*d) I koordinačių ketvirčio pusiaukampinės lygtį.

53. Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką:

a) $f(x) = 2x$, kai $x \geqslant 0$
b) $f(x) = \frac{1}{2}x$, kai $x \in [2; 6]$
c) $f(x) = -3x$, kai $x < 0$
d) $f(x) = -x$, kai $x \in [-4; 4]$

54. Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką:

a) $f(x) = \begin{cases} x, & \text{kai } x < 0, \\ 3x, & \text{kai } x \geqslant 0 \end{cases}$
b) $f(x) = \begin{cases} -x, & \text{kai } x \leqslant 0, \\ \frac{1}{2}x, & \text{kai } x > 0 \end{cases}$
c) $f(x) = \begin{cases} -2x, & \text{kai } x \leqslant -1, \\ 2x, & \text{kai } x > -1 \end{cases}$
d) $f(x) = \begin{cases} x, & \text{kai } x < -3, \\ -\frac{1}{3}x, & \text{kai } x \geqslant -3 \end{cases}$

55. Kurios iš aštuonių duotųjų funkcijų yra tiesinės?

1) $f(x) = \frac{-2x+6}{3}$ 2) $f(x) = 1{,}7x$
3) $f(x) = 4 - 0{,}3x$ 4) $f(x) = (3x-1)^2+(2-3x)(3x+2)$
5) $f(x) = \frac{5}{x} + 1$ 6) $f(x) = \frac{1}{4}x^2-2-\left(\frac{1}{2}x-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}x\right)$
7) $f(x) = 2(x-3) + (x-1)^2$ 8) $f(x) = (2-x)^2-(x-1)(x-3)+1$

56. Raskite tiesinės funkcijos $f(x) = -0{,}5x + 4$ reikšmę, kai argumento reikšmė lygi:

a) $2{,}4$ b) $-12{,}6$ c) $8{,}8$ d) $1{,}26$
e) 2π *f) a *g) $2+a$ *h) $-6a+4$

57. Raskite argumento reikšmę, su kuria funkcijos $f(x) = 4 - 0{,}2x$ reikšmė lygi:

a) 3; b) 1,6; c) 1; d) 2,2; e) −16; f) −12; g) −3,8; h) 11.

58. Ar funkcijos $f(x) = 2x - 0{,}5$ grafikas eina per taškus:

a) $M(2; 3{,}5)$; b) $N(0{,}5; -0{,}5)$; c) $K(-1; 2{,}5)$; d) $L(-4{,}5; -9{,}5)$?

59. Ar priklauso funkcijos $g(x) = -x + 4$ grafikui taškai:

a) $A(1; 3)$; b) $B(-4; 8)$; c) $C(4; 0)$; d) $D(0; 4)$; e) $E(2; 6)$?

60. Suraskite koordinates taškų, kuriuose funkcijos grafikas kerta koordinačių ašis, ir nubraižykite funkcijos grafiką.

a) $f(x) = x - 3$ b) $f(x) = 6 - 3x$ c) $f(x) = -2{,}5x + 5$
d) $f(x) = 2x + 8$ e) $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$ f) $f(x) = 4 - \frac{1}{2}x$

61. Nubraižykite funkcijos grafiką ir nurodykite argumento reikšmes, su kuriomis funkcija įgyja teigiamas; neigiamas reikšmes:

a) $f(x) = 2x - 4$ b) $f(x) = -\frac{1}{2}x$ c) $f(x) = 5 - 2{,}5x$
d) $f(x) = 4 - x$ e) $f(x) = 3{,}5x + 7$ f) $f(x) = \frac{2}{3}x - 2$

62. Kurios iš nurodytų tiesinių funkcijų yra mažėjančios?

1) $y = -5$ 2) $y = -0{,}12x + 10$ 3) $y = 0{,}25x$
4) $y = 5 - x$ 5) $y = 0{,}25x + 2$ 6) $y = -x$

A 1; 2; 4 **B** 1; 6 **C** 2; 4; 6 **D** 1; 2; 6

<u>**63.**</u> Įrodykite, kad funkcija yra mažėjanti:

a) $f(x) = 3 - 2x$; b) $f(x) = -\frac{3}{7}x + 6$; c) $f(x) = 1{,}7 - 0{,}3x$; d) $f(x) = -x$.

<u>**64.**</u> Įrodykite, kad funkcija yra didėjanti:

a) $f(x) = x + 4$; b) $f(x) = -1{,}5 + \frac{2}{3}x$; c) $f(x) = 2{,}3x$; d) $f(x) = \frac{3}{7}x + 4$.

65. Su kuria k reikšme tiesinių funkcijų $y = 4$ ir $y = kx - 4$ grafikai susikerta ant ordinačių ašies?

A 0 **B** 4 **C** −4 **D** Tokios k reikšmės nėra

66*. Su kuriomis k reikšmėmis tiesinių funkcijų $y = kx - 6$ ir $y = 6x + 6$ grafikai susikerta ant abscisių ašies?

A 0 **B** 6 **C** −6 **D** Tokios k reikšmės nėra

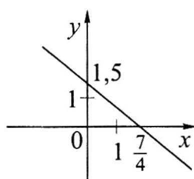
67*. Kuriame ketvirtyje yra funkcijų $y = -2x - 5$ ir $y = x - 38$ grafikų susikirtimo taškas?

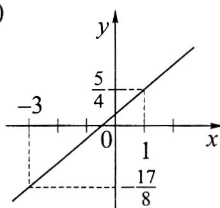
A I **B** II **C** III **D** IV

68. Žinoma, kad tiesinės funkcijos grafikas lygiagretus tiesei $y = 3x$ ir eina per tašką $A(0; 1)$. Užrašykite funkciją formule.

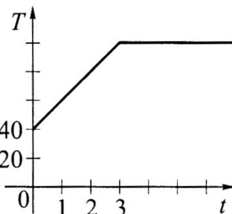
69. Tiesinės funkcijos grafikas yra lygiagretus tiesei $y = 4x - 3$ ir eina per tašką $(-3; 2)$. Užrašykite funkciją formule.

70. Remdamiesi grafiku raskite tiesinės funkcijos $f(x) = kx + b$ koeficientų k ir b reikšmes.

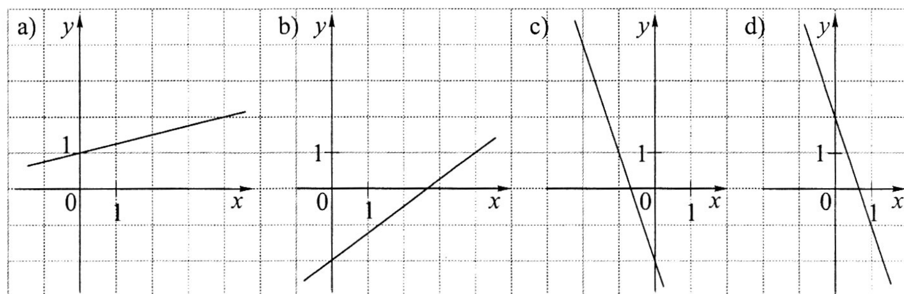




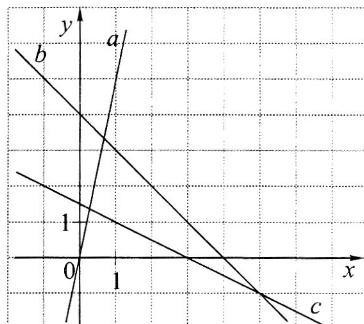
71*. Pavaizduotas temperatūros T (laipsniais) priklausomybės nuo laiko t (minutėmis) grafikas. Naudodamiesi grafiko duomenimis parašykite temperatūros T priklausomybės (funkcijos) nuo laiko t formulę.



72. Nustatykite tiesinės funkcijos $f(x) = kx + b$ koeficientų k ir b reikšmes:



73. Kurios iš funkcijų $f(x) = 5x$, $g(x) = -0{,}5x + 1{,}5$, $h(x) = -x + 4$ grafikas atitinka nubrėžtąją tiesę a, tiesę b, tiesę c?



74. Užrašykite formule tiesinę funkciją, kurios grafikas eina per du duotuosius taškus:

a) $M(-1; -1)$ ir $N(-3; -3)$ b) $M(3; 0)$ ir $N(0; 4)$
c) $M(-3; 4)$ ir $N(-4; -3)$ d) $M(-6; -4)$ ir $N(6; -3)$
e) $M(2; 5)$ ir $N(-6; -4)$ f) $M(1; 5)$ ir $N(8; -4)$
g) $M(-1; -3)$ ir $N(3; 5)$ h) $M(6; -3)$ ir $N(2; 5)$

75. Nebraižydami tiesinių funkcijų grafikų, nurodykite jų tarpusavio padėtį:

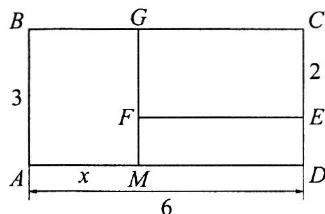
a) $f(x) = \frac{2}{5}x$; $g(x) = 4 + \frac{2}{5}x$; $h(x) = \frac{2}{5}x - 7$;
b) $f(x) = 2{,}4x$; $g(x) = 2{,}4x + 6$; $h(x) = 2{,}4x - 0{,}5$;
c) $f(x) = x$; $g(x) = x + 7$; $h(x) = x + 1$;
d) $f(x) = 2x - 1$; $g(x) = x - 4$; $h(x) = 0{,}5x + 2$;
e) $f(x) = -2 + 3x$; $g(x) = x + 6$; $h(x) = 2{,}7 + x$;
f) $f(x) = -x + 4$; $g(x) = \frac{1}{3}x - 1$; $h(x) = 7x - 4$.

76*. Įrodykite, kad funkcija $f(x)$ yra nelyginė, $g(x)$ — nei lyginė, nei nelyginė, o $h(x)$ — lyginė:

a) $f(x) = 2x$; $g(x) = -\frac{1}{2}x + 6$; $h(x) = 2$;
b) $f(x) = \frac{1}{3}x$; $g(x) = -3x + 2{,}5$; $h(x) = 4$;
c) $f(x) = \frac{1}{2}x$; $g(x) = x - 2$; $h(x) = -3$;
d) $f(x) = -\frac{2}{3}x$; $g(x) = 1{,}5x + 2$; $h(x) = 2{,}5$.

77*. Raskite funkcijos $f(x) = 8 - 2x$ grafiko ir koordinačių ašių ribojamo trikampio plotą.

78. Stačiakampis $ABCD$ padalytas į tris stačiakampius. Atkarpos AM ilgį pažymėkite x ir išreikškite stačiakampių $ABGM$ ir $CEFG$ perimetrus funkcija nuo x.



79*. Tiesės $y = 0$, $y = 3$, $x = 0$ ir $x = 2$ apibrėžia stačiakampį. Ar priklauso stačiakampio įstrižainei taškas, kurio koordinatės yra:

a) $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$; b) $\left(\frac{4}{3}; 1\right)$?

80. Yra nustatyta, kad 3 km gylio gręžinyje Žemės temperatūra yra 30 °C. Gręžiant toliau temperatūra didėja 2,5 °C kas 100 metrų.

a) Įrodykite, kad temperatūros t (°C) priklausomybę nuo gręžinio gylio x (m) galima išreikšti formule

$$t = \frac{1}{40}x - 45, \quad x \geqslant 3000.$$

b) Ar galima atlikti gręžimo darbus 15 km gylyje, jeigu su turima technika negalima dirbti aukštesnėje nei 300 °C temperatūroje?

81. Žemės drebėjimas skleidžia pirminę ir antrinę bangą. Pirminė banga prie Žemės paviršiaus skrieja 5 mylių per sekundę greičiu, o antrinė — 3 mylių per sekundę greičiu. Priklausomai nuo laiko skirtumo tarp bangų, atsklidusių iki seisminės stoties, galima nustatyti, kiek Žemės drebėjimo epicentras yra nutolęs nuo seisminės stoties.

a) Įsitikinkite, kad atstumo s (myliomis) nuo seisminės stoties iki epicentro priklausomybę nuo laiko skirtumo t (sekundėmis) galima išreikšti formule $s = 7{,}5t$, $t \geqslant 0$.

b) Laiko skirtumas tarp pirminės ir antrinės bangų yra 20 sekundžių. Kiek mylių nuo seisminės stoties nutolęs Žemės drebėjimo epicentras?

82. Parduotuvės „Genys“ pardavėjas gauna 200 Lt savaitinį atlyginimą. Jeigu per savaitę jis parduoda prekių daugiau negu už 3000 Lt, tai gauna priedą, lygų 10% sumos, kuri yra virš 3000 Lt.

a) Įsitikinkite, kad pardavėjo savaitės atlyginimas p yra funkcija, kuri išreiškiama formule

$$p(x) = \begin{cases} 200, & \text{kai } 0 \leqslant x \leqslant 3000, \\ 0{,}1x - 100, & \text{kai } x > 3000; \end{cases}$$

čia x (Lt) — pinigų suma, už kurią parduota prekių per savaitę.

b) Raskite: $p(2000)$, $p(3000)$, $p(4000)$, $p(5000)$.

83. Jeigu gamintojo prekės kaina x yra didesnė negu 20 Lt, tai parduotuvėje tų prekių kaina yra tiesinė gamintojo kainos funkcija.
Sporto prekių parduotuvė sportinius marškinėlius, kurių gamintojo kaina yra 24 Lt, parduoda už 38 Lt 40 ct, o saulės akinius, kurių gamintojo kaina yra 30 Lt, parduoda už 48 Lt.

a) Įsitikinkite, kad parduotuvėje prekė kainuoja $m(x) = 1{,}6x$, $x > 20$.

b) Kokia yra dviračių gamintojo kaina, jeigu dviratis šioje parduotuvėje kainuoja 832 Lt?

84. Bendrovė nusipirko kompiuterį už 12 000 Lt. Jo vertė kasmet krito pastoviu dydžiu ir per aštuonerius metus nukrito iki 2000 Lt.

a) Sudarykite kainos y (Lt) priklausomybės nuo laiko t (m) funkciją.

b) Kokia buvo kompiuterio vertė (Lt) po 5 metų?

85. Spalvotas spausdintuvas buvo nupirktas už 20 000 Lt. Jo vertė kasmet krito tiesiškai ir po dešimties metų ji tebuvo 2000 Lt.

a) Raskite tiesinę funkciją $V = f(t)$, kai V — vertė litais, o t — laikas metais.

b) Raskite $f(4)$ ir $f(8)$.

c) Raskite funkcijos grafiko krypties koeficiento reikšmę (jis rodo, kiek vertė mažėjo kasmet).

d) Nubraižykite funkcijos $V = f(t)$ grafiką, kai $0 \leqslant t \leqslant 10$.

86. Ištemptos spyruoklės ilgis (dm) išreiškiamas formule $l = f(x)$, $f(x) = \frac{1}{10}x$; čia x — tempimą sukeliantis svoris (kG).

a) Raskite $f(20)$ ir $f(35)$ — spyruoklės ilgį, kai ją tempia svoris 20 kG ir kai tempia svoris 35 kG.

b) Koks funkcijos grafiko krypties koeficientas?

c) Nubraižykite funkcijos $l = f(x)$ grafiką, kai $0 \leqslant x \leqslant 40$.

87*. Televizorių pardavėjas gauna 200 Lt algą per savaitę. Jeigu per savaitę parduodama prekių daugiau negu už 3000 Lt, pardavėjas gauna 4% sumos, kuri viršija 3000 Lt. Jeigu per savaitę parduodama prekių už 8000 Lt ir daugiau, pardavėjas gauna dar 100 Lt.

a) Įsitikinkite, kad pardavėjo gautas užmokestis y (Lt) per savaitę išreiškiamas funkcija

$$f(x) = \begin{cases} 200, & \text{kai } 0 \leqslant x \leqslant 3000, \\ 0{,}04x + 80, & \text{kai } 3000 < x < 8000, \\ 0{,}04x + 180, & \text{kai } x \geqslant 8000; \end{cases}$$

čia x (Lt) — pinigų suma, už kurią parduota prekių per savaitę.

b) Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką.

c) Raskite: $f(5250)$, $f(9500)$, $f(2500)$.

88. Savaitgaliais ir švenčių dienomis avarinių santechninių gedimų skubaus taisymo tarnyba ima po 1,5 Lt už kiekvieną minutę per 30 pirmųjų iškvietimo minučių ir po 50 ct už kiekvieną minutę po 30-ties minučių.

a) Įsitikinkite, kad iškvietimo kaina $P(x)$ išreiškiama funkcija

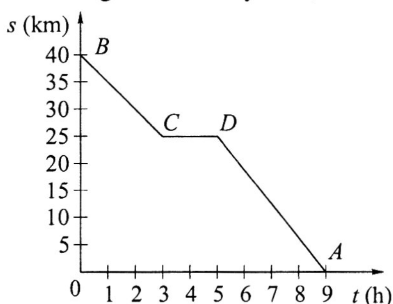
$$P(x) = \begin{cases} 1{,}5x, & \text{kai } 0 \leqslant x \leqslant 30, \\ 30 + 0{,}5x, & \text{kai } x > 30; \end{cases}$$

čia x — iškvietimo trukmė minutėmis.

b) Nubraižykite funkcijos $y = P(x)$ grafiką.

c) Raskite: $P(20)$, $P(45)$, $P(60)$.

89. Brėžinyje pavaizduotas pėsčiųjų turistų žygio iš Utenos į Molėtus grafikas. Remdamiesi grafiku atsakykite į klausimus:



a) Koks atstumas tarp Utenos ir Molėtų?

b) Kokiu greičiu ėjo turistai?

c) Koks atstumas nuo Molėtų iki poilsio vietos?

d) Kiek laiko turistai ilsėjosi?

e) Per kiek laiko po poilsio turistai nuėjo į Molėtus?

*f) Užrašykite kelio priklausomybę nuo laiko formule.

90. Užrašykite pirmuosius 6 sekos a_n narius, kai duota n-tojo sekos nario formulė:

a) $a_n = n$	b) $a_n = 3n$	c) $a_n = 2n - 1$
d) $a_n = 4n + 3$	e) $a_n = 2^n$	f) $a_n = (-1)^n \cdot 2$
*g) $a_n = (-1)^{n+1} \cdot 3$	*h) $a_n = 3^{n-1}$	*i) $a_n = n^{(-1)^n}$
*j) $a_n = \frac{(-1)^{n-1} + 1}{2}$	<u>k)</u> $a_n = \lvert n - 3\rvert + \lvert 1 - n\rvert$	<u>l)</u> $a_n = (-1)^n + (-1)^{n+1}$

91. Užrašykite n-tojo sekos nario (a_n) formulę:

a) 1; 2; 3; 4; 5; 6; ... b) 2; 4; 6; 8; 10; 12; ...
c) 1; 3; 5; 7; 9; 11; ... d) 1; 4; 7; 10; 13; 16; ...
e) 1; 4; 9; 16; 25; 36; ... f) $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{1}{6}; \dots$
g) $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \dots$ *h) $0; \frac{1}{4}; \frac{2}{5}; \frac{3}{6}; \frac{4}{7}; \frac{5}{8}; \dots$
*i) $1; \frac{3}{4}; \frac{4}{6}; \frac{5}{8}; \frac{6}{10}; \dots$ j) 3; 1; 3; 1; 3; 1; ...
k) −1; 2; −3; 4; −5; 6; ... l) −1; 1; −1; −1; 1; −1; ...

92. Raskite 6 pirmuosius aritmetinės progresijos narius, jei žinomas pirmasis progresijos narys a_1 ir progresijos skirtumas d:

a) $a_1 = 2, d = 4$ b) $a_1 = -15, d = 5$ c) $a_1 = -3, d = \frac{2}{3}$
d) $a_1 = 2\frac{1}{3}, d = 0{,}5$ e) $a_1 = 2, d = -\frac{1}{3}$ f) $a_1 = -1{,}5, d = 1$

93. Raskite aritmetinės progresijos skirtumą d, jeigu:

a) $a_8 = 12, a_{10} = 20$ b) $a_2 = 4, a_{17} = 19$ c) $a_3 = -6, a_{10} = 21$
d) $a_4 = -1, a_{13} = 17$ e) $a_{10} = 7, a_{20} = 15$ f) $a_2 = 2\frac{1}{3}, a_7 = 8\frac{1}{6}$

94. Užrašykite pirmuosius tris aritmetinės progresijos narius, jeigu:

a) $a_1 = 3, a_3 = 15$ b) $a_1 = 2, a_6 = 17$ c) $a_3 = 5, a_5 = 15$
d) $a_8 = -4, a_{20} = 20$ e) $a_{21} = 16, a_{23} = 18$ f) $a_{17} = -4, a_{19} = 4$

95. Raskite 6 pirmuosius aritmetinės progresijos narius ir skirtumą d, jeigu žinoma n-tojo sekos nario formulė:

a) $a_n = 7n + 1$ b) $a_n = -1{,}5n + 0{,}5$ c) $a_n = 2{,}7n - 2{,}5$
d) $a_n = 4n$ e) $a_n = 5 - 2n$ f) $a_n = \frac{2}{3}n$

96*. a) Aritmetinės progresijos skirtumas d lygus 3, o pirmasis narys $a_1 = 2$. Raskite skaičių progresijos narių, mažesnių už 20.
b) Aritmetinės progresijos skirtumas d lygus −0,4, o pirmasis narys $a_1 = 6$. Raskite skaičių progresijos narių, didesnių už 2,8.
c) Aritmetinės progresijos skirtumas d lygus −3, o pirmasis narys $a_1 = 36$. Raskite numerius progresijos narių, mažesnių už 9.
d) Aritmetinės progresijos skirtumas d lygus −2, o pirmasis narys $a_1 = 27$. Raskite numerius progresijos narių, didesnių už 15.

97. Raskite aritmetinės progresijos pirmųjų n narių sumą S_n, jeigu:

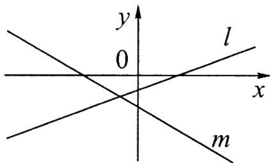
a) $a_1 = 3, a_7 = 11, n = 7$ b) $a_1 = -6, a_{14} = 8, n = 14$
c) $a_1 = 10, a_6 \doteq -10, n = 6$ d) $a_1 = -4, a_{20} = 7, n = 20$

98. Raskite aritmetinės progresijos pirmųjų šešių narių sumą, jeigu:

a) $a_1 = 7, d = 2$ b) $a_1 = -2, d = 0{,}5$ c) $a_1 = -4, d = 4$
d) $a_1 = 2{,}4, d = -3$ e) $a_1 = -1{,}8, d = 2{,}4$ f) $a_1 = -\frac{2}{3}, d = \frac{7}{15}$

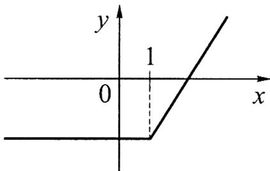
99*. Raskite aritmetinės progresijos narių sumą:
a) $a_6 + a_7 + \cdots + a_{10}$, jeigu $a_2 = 2$ ir $a_4 = 6$;
b) $a_7 + a_8 + \cdots + a_{12}$, jeigu $a_3 = 1{,}8$ ir $a_5 = 1{,}4$;
c) $a_{11} + a_{12} + \cdots + a_{17}$, jeigu $a_5 = 4$ ir $a_9 = 6$;
d) $a_8 + a_9 + \cdots + a_{14}$, jeigu $a_3 = 7$ ir $a_7 = 3$.

100*. Tiesių l ir m lygtys atitinkamai yra $y = ax + b$ ir $y = cx + d$. Nustatykite, kuris atvejis atitinka brėžinį.



A $b < 0,\ a < d$ **B** $d < 0,\ a < 0$
C $d < b,\ c < 0$ **D** $b < 0,\ c > 0$
E $c < a,\ b < d$

101. Nustatykite, kuri funkcija atitinka brėžinį.



A $y = |x - 1| + x - 3$ **B** $y = |x + 1| - x - 2$
C $y = |x - 1| - 1$ **D** $y = -|x - 1| - x + 2$
E $y = |x + 1| + x - 2$

102*. Kiekvienas pirminis skaičius pažymimas Ox ašyje ir jungiamas tiese su tašku $M(4; 3)$. Kelios tiesės kirs Oy ašį taške, kurio ordinatė yra natūralusis skaičius?
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

103*. Trijų tiesių lygtys yra $y = 3x$, $y = 3x - 6$ ir $y = 1999$. Raskite atstumą tarp jų susikirtimo taškų.

104*. Tiesė $y = mx + b$ yra simetriška tiesei $x - 3y + 11 = 0$ Ox ašies atžvilgiu. Suma $m + b$ lygi:
A -6 **B** -5 **C** -4 **D** -3 **E** -2

105*. Sakykime, kad f yra tokia tiesinė funkcija, kad $f(1) \leqslant f(2)$, $f(3) \geqslant f(4)$ ir $f(5) = 5$. Kuris iš šių teiginių teisingas?
A $f(0) < 0$ **B** $f(0) = 0$ **C** $f(1) < f(0) < f(-1)$
D $f(0) = 5$ **E** $f(1) > f(0) > f(-1)$

106*. Koordinačių plokštumoje Oxy nubrėžto penkiakampio viršūnės yra $(0; 0)$, $(0; 3)$, $(3; 3)$, $(3; 1)$, $(5; 0)$. Tiesės, einančios per koordinačių pradžią ir dalijančios penkiakampį į dvi lygiaplotes figūras, krypties koeficientas yra:
A $\frac{2}{7}$ **B** $\frac{1}{3}$ **C** $\frac{2}{3}$ **D** $\frac{3}{4}$ **E** $\frac{8}{9}$

107*. a) Vienoje koordinačių plokštumoje nubraižykite tiesinių funkcijų $f(x) = -2x + 1$ ir $g(x) = \frac{1}{2}x - 5$ grafikus.
b) Išmatuokite kampą tarp tiesių.
c) Kam lygi tiesių krypties koeficientų sandauga?

108. Nebraižydami tiesių nurodykite, kurios iš jų statmenos viena kitai:

a) $y = \frac{2}{5}x + 3$ b) $y = -x + 4$ c) $y = -2{,}5x - 6$

d) $y = x - 2$ e) $y = -2x$ f) $y = \frac{5}{7}x + 1{,}4$

g) $y = 0{,}5x - 2{,}7$ h) $y = -1{,}4x - 2{,}8$

109*. Užrašykite lygtį tiesės:

a) einančios per tašką $M(4; -3)$ ir statmenos tiesei $y = 2{,}5x + 5$;
b) einančios per tašką $M(-4; 1)$ ir statmenos tiesei $y = 1{,}2x - 6$;
c) einančios per koordinačių pradžios tašką ir statmenos tiesei $y = -\frac{2}{3}x + 4$.

110*. Užrašykite trikampio aukštinių lygtis, jeigu trikampio viršūnės yra taškuose:

a) $A(-4; 2)$, $B(6; 5)$, $C(1; -4)$;
b) $A(2; -3)$, $B(7; 2)$, $C(-8; -2)$;
c) $A(4; 2)$, $B(6; -5)$, $C(5; 4)$.

111*. Raskite atstumą nuo taško $M(6; 8)$ iki tiesės $4x + 3y + 2 = 0$.

112*. Tiesė eina per atkarpos AB vidurio tašką ir yra jai statmena. Užrašykite tos tiesės lygtį, jeigu:

a) $A(-2; 1)$, $B(4; 4)$ b) $A(-1; 4)$, $B(3; -2)$
c) $A(-8; -2)$, $B(2; 10)$ d) $A(-1; 1)$, $B(5; 3)$

113. Kuris taškas nepriklauso funkcijos $f(x) = -\frac{24}{x}$ grafikui?

A $(-48; 0{,}5)$ **B** $(-6; -4)$ **C** $(6; -4)$ **D** $(-3; 8)$

114. Kokia formule galima išreikšti stačiakampio ilgį y, jeigu jo plotas lygus $16\,\text{cm}^2$, o plotis yra x cm?

A $y = 16x$ **B** $y = 16 - x$ **C** $y = \frac{16}{x}$ **D** $y = \frac{x}{16}$

115. Funkcijos $f(x) = \frac{k}{x}$ grafikas eina per tašką $B(3; 7)$. Raskite koeficiento k reikšmę.

116. Kurios funkcijos grafikas eina per tašką $A(4; -10)$?

A $y = -\frac{20}{x}$ **B** $y = -\frac{10}{4x}$ **C** $y = \frac{40}{x}$ **D** $y = -\frac{40}{x}$

117. Įrodykite, kad funkcija yra didėjanti abiejuose apibrėžimo srities intervaluose:

a) $f(x) = -\frac{4}{x}$; b) $f(x) = -\frac{2}{x}$; c) $f(x) = -\frac{1{,}5}{x}$; *d) $f(x) = \frac{k}{x}$, $k < 0$.

118. Įrodykite, kad funkcija yra mažėjanti abiejuose apibrėžimo srities intervaluose:

a) $f(x) = \frac{2}{x}$; b) $f(x) = \frac{2{,}5}{x}$; c) $f(x) = \frac{4}{x}$; *d) $f(x) = \frac{m}{x}$, $m > 0$.

2. KVADRATINĖ FUNKCIJA

1. Nurodykite kvadratines funkcijas:

a) $f(x) = 3x^2 - 4$ b) $f(x) = x - 5x^2 + 7$

c) $f(x) = \frac{3}{x^2} + 4x + 1$ d) $f(x) = (3x-1)(x+2)-(3x+1)^2$

e) $f(x) = -x^2 + \frac{7}{x} + 2$ f) $f(x) = (2x-3)(3x+1)-(3x+5)(x-1)$

2. Užrašykite kvadratinę funkciją $f(x) = ax^2 + bx + c$, kurios koeficientai būtų:

a) $a = 2$, $b = 0{,}5$, $c = -3$ b) $a = -1$, $c = 4$, $b = 0$

c) $b = 4$, $a = -3$, $c = 1$ d) $c = 5$, $a = \sqrt{2}$, $b = -1$

e) $a = 0{,}75$, $c = 2$, $b = -0{,}1$ f) $c = 0$, $a = 6$, $b = 0$

g) $a = \sqrt{3} + 1$, $b = 0$, $c = -1$ h) $b = -2{,}5$, $c = \sqrt{7}$, $a = 0{,}5$

3. Raskite funkcijos $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ reikšmes, atitinkančias argumento reikšmes:

a) 0; b) 6; c) $-\sqrt{6}$; d) $\sqrt{6}$; e) $2\sqrt{10}$; f) $\frac{6}{\sqrt{3}}$; *g) $2 + \sqrt{2}$.

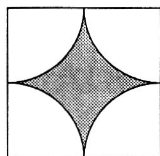
<u>4.</u> Duota funkcija $y = f(x)$, kai $f(x) = -\frac{1}{4}x^2$. Raskite:

a) $f(a)$ b) $f(a) + 2$ c) $f(a + 2)$

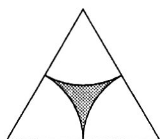
d) $f(-a) + 2$ e) $f(x - a) + b$ f) $f(4a) - f(10a)$

5. Viena rombo įstrižainė 3 cm ilgesnė už kitą. Kitos rombo įstrižainės ilgį pažymėkite x ir užrašykite rombo plotą kaip x funkciją. Nurodykite funkcijos pavadinimą ir koeficientų reikšmes.

6. Užtušuota kvadrato dalis apribota lankais lygių apskritimų, kurių centrai — kvadrato viršūnės. Sudarykite funkciją, kuri išreikštų užtušuotos kvadrato dalies ploto priklausomybę nuo kvadrato kraštinės ilgio x. Ar tai kvadratinė funkcija?



7. Užtušuota lygiakraščio trikampio dalis apribota lankais lygių apskritimų, kurių centrai — trikampio viršūnės. Sudarykite funkciją, kuri išreikštų užtušuotos trikampio dalies ploto priklausomybę nuo trikampio kraštinės ilgio x. Ar tai kvadratinė funkcija?

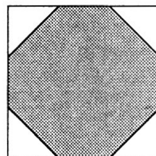


8. Duotas kvadratas, kurio kraštinės ilgis yra x. Kiekviena kvadrato kraštinė padalyta į 3 lygias dalis. Sujungus dalijimo taškus, gautas aštuonkampis. Nustatykite, kaip priklauso:

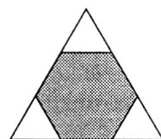
a) neužtušuotos kvadrato dalies plotas nuo x;

b) užtušuotos kvadrato dalies plotas nuo x.

Ar tai kvadratinė funkcija?

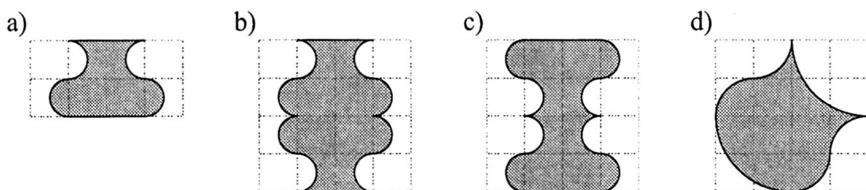


9. Duotas lygiakraštis trikampis, kurio kraštinės ilgis yra x. Kiekviena trikampio kraštinė padalyta į 3 lygias dalis. Sujungus dalijimo taškus, gautas šešiakampis.

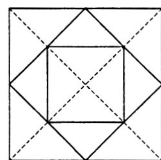


a) Įsitikinkite, kad duotojo trikampio plotas $S(x) = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$.
b) Įsitikinkite, kad neužtušuotos trikampio dalies plotas lygus $S(x) = \frac{x^2\sqrt{3}}{12}$.
c) Raskite, kaip šešiakampio plotas priklauso nuo duotojo trikampio kraštinės ilgio x. Ar tai kvadratinė funkcija?

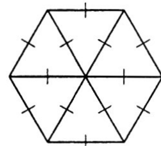
10*. Gardelę, pavaizduotą brėžiniuose, sudaro kvadratai, kurių kraštinės ilgis yra x. Išreikškite užtušuotos figūros, apribotos apskritimų lankais ir kvadratų kraštinėmis, plotą x-u. Kokia tai funkcija?



11*. Duotas kvadratas, kurio kraštinės ilgis x cm. Kvadrato kraštinių vidurio taškai sujungti atkarpomis. Gautojo keturkampio kraštinių vidurio taškai vėl sujungti atkarpomis.
a) Įrodykite, kad abu taip gauti keturkampiai yra kvadratai.
b) Raskite, kaip kiekvieno kvadrato plotas priklauso nuo x.



12*. Raskite, kaip taisyklingojo šešiakampio plotas $S(x)$ priklauso nuo jo kraštinės ilgio x.



13. Nurodykite funkcijos $y = f(x)$ grafiko — parabolės — šakų kryptį, simetrijos ašį, viršūnės koordinates ir nubraižykite scheminį grafiką, jei:

a) $f(x) = 7x^2$ b) $f(x) = \sqrt{3}x^2$ c) $f(x) = -\frac{2}{3}x^2$

d) $f(x) = (2-\sqrt{3})x^2$ e) $f(x) = (\sqrt{5}-2{,}4)x^2$ f) $f(x) = \frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{7}-2{,}7}x^2$

*g) $f(x) = \frac{5-2\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}x^2$ *h) $f(x) = \frac{3-2\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}x^2$

14. a) Funkcijos $f(x) = 0{,}5x^2$ grafikui priklauso taškai, kurių koordinatės yra $(1; 0{,}5)$, $(2; 2)$, $(-4; 8)$. Neskaičiuodami pasakykite, ar priklauso šios funkcijos grafikui taškai, kurių koordinatės yra $(-1; 0{,}5)$, $(-2; 2)$, $(4; 8)$. Atsakymą argumentuokite.

b) Funkcijos $f(x) = x^2$ grafikui priklauso taškai, kurių koordinatės yra $(-2{,}5; 6{,}25)$, $(3{,}5; 12{,}25)$, $(1{,}7; 2{,}89)$. Neskaičiuodami pasakykite, ar priklauso šios funkcijos grafikui taškai, kurių koordinatės yra $(2{,}5; 6{,}25)$, $(-3{,}5; 12{,}25)$, $(-1{,}7; 2{,}89)$. Atsakymą argumentuokite.

c) Funkcijos $f(x) = x^2$ grafikui priklauso taškai, kurių koordinatės yra $(-2{,}4;\ 5{,}76)$, $(3{,}1;\ 9{,}61)$, $(-7{,}5;\ 56{,}25)$. Neskaičiuodami nurodykite dar trijų grafikui priklausančių taškų koordinates.

d) Funkcijos $f(x) = -2{,}5x^2$ grafikui priklauso taškai, kurių koordinatės yra $(-2{,}5;\ -15{,}625)$, $(-3{,}2;\ -25{,}6)$, $(4{,}1;\ -42{,}025)$. Neskaičiuodami nurodykite dar trijų grafikui priklausančių taškų koordinates.

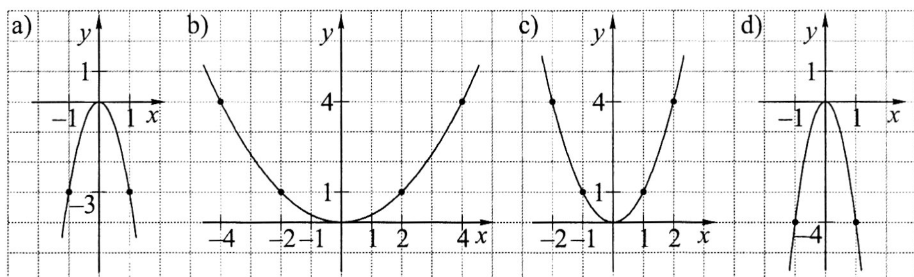
15. Ar priklauso funkcijos $f(x) = x^2$ grafikui bent vienas taškas, kurio:

a) abscisė lygi -9; b) ordinatė lygi -9; c) abscisė lygi 3; d) ordinatė lygi 3.

16. Nubraižykite funkcijos $f(x) = x^2$ grafiką, nurodykite funkcijos mažėjimo ir didėjimo intervalus. Neskaičiuodami funkcijos $f(x) = x^2$ reikšmių, palyginkite:

a) $f(0)$ ir $f(3)$ b) $f(2)$ ir $f(5)$
c) $f(-1{,}5)$ ir $f(1{,}5)$ d) $f(-4)$ ir $f(2)$
e) $f(-3{,}15)$ ir $f(-3{,}41)$ f) $f(-6{,}51)$ ir $f(-6{,}63)$
g) $f(4{,}16)$ ir $f(4{,}25)$ h) $f(6{,}23)$ ir $f(6{,}29)$

17. Funkcijos $y = f(x)$ grafikas yra parabolė. Parašykite parabolės lygtį pavidalu $y = ax^2$.



18*. Užrašykite funkciją, kurios grafikas būtų simetriškas funkcijos $y = f(x)$ grafikui x ašies atžvilgiu:

a) $f(x) = -5x^2$ b) $f(x) = 2{,}7x^2$
c) $f(x) = 7x^2$ d) $f(x) = (\sqrt{3} - 1{,}8)x^2$
e) $f(x) = (1 - \sqrt{2})x^2$ f) $f(x) = \frac{2-\sqrt{3}}{4}x^2$
g) $f(x) = (1 - \sqrt{2})(2 - \sqrt{3})x^2$ h) $f(x) = (\sqrt{2} - 4)(3 - \sqrt{2})x^2$

19. Nurodykite, didėja ar mažėja funkcija $f(x) = -2{,}5x^2$ intervale:

a) $(-3;\ -0{,}5)$ b) $(1;\ 5)$ c) $(-2;\ 4)$ d) $[-4;\ -1)$
e) $(2;\ 7]$ f) $[0{,}25;\ 5]$ g) $[-6;\ -1]$ h) $[-4;\ 1]$

20. Raskite koeficiento a reikšmę, jeigu žinoma, kad funkcijos $y = ax^2$ grafikas eina per tašką:

a) $M(2;\ 12)$; b) $N(-4;\ -64)$; c) $K(-1;\ 7)$; d) $L(4;\ -96)$.

21. Naudodamiesi grafiku $y = \frac{1}{2}x^2$, nurodykite keletą argumento reikšmių, su kuriomis funkcijos $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ reikšmė būtų:

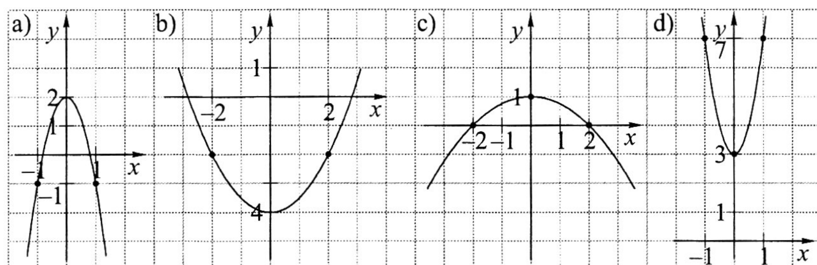
a) didesnė už 2; b) mažesnė už 4; c) didesnė už -3; d) didesnė už 3.

22*. Raskite didžiausią ir mažiausią funkcijos reikšmes:

a) $f(x) = \frac{1}{2}x^2$, kai $x \in [-2; 4]$
b) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$, kai $x \in [-4; 2]$
c) $f(x) = 2x^2$, kai $x \in [1; 2]$
d) $f(x) = -2x^2$, kai $x \in [-2; 2]$

23. Užrašykite funkciją $y = f(x)$, kurios grafikas yra parabolė:
a) $y = x^2$ pastumta aukštyn per 2 vienetus;
b) $y = 0{,}25x^2$ pastumta žemyn per 5 vienetus;
c) $y = -0{,}1x^2$ pastumta žemyn 3,15 vieneto;
d) $y = 3x^2$ pastumta aukštyn 1,75 vieneto.

24. Funkcijos $y = f(x)$ grafikas yra parabolė. Parašykite parabolės lygtį pavidalu $y = ax^2 + n$.



25. Nurodykite skaičius, kuriuos įrašius vietoje daugtaškio, teiginys būtų teisingas.
a) Funkcijos $f(x) = x^2 - 3$ grafikas eina per tašką, kurio koordinatės $(-2; \ldots)$.
b) Funkcijos $f(x) = x^2 - 1$ grafikas eina per tašką, kurio koordinatės $(\ldots; 3)$.
c) Funkcijos $f(x) = -x^2 + 3$ grafikas eina per tašką, kurio koordinatės $(\ldots; -6)$.
d) Funkcijos $f(x) = -2x^2 + x + 1$ grafikas eina per tašką, kurio koordinatės $\left(-\frac{1}{2}; \ldots\right)$.
e) Funkcijos $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 6$ grafikas eina per tašką, kurio koordinatės $(-2; \ldots)$.
f) Funkcijos $f(x) = x^2 - 5$ grafikas eina per tašką, kurio koordinatės $(\ldots; 4)$.
g) Funkcijos $f(x) = -x^2 + 11$ grafikas eina per tašką, kurio koordinatės $(\ldots; -5)$.
h) Funkcijos $f(x) = 0{,}5x^2 - 1$ grafikas eina per tašką, kurio koordinatės $(\ldots; 3{,}5)$.

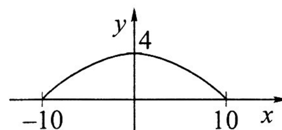
26. Raskite nežinomo koeficiento reikšmę, jeigu žinoma, kad funkcijos $f(x)$ grafikas eina per tašką M:

a) $f(x) = ax^2 + 2$, $M(-4; 18)$
b) $f(x) = 3x^2 + n$, $M(1; 10)$
c) $f(x) = -x^2 + n$, $M\left(-\sqrt{3}; 1{,}5\right)$
d) $f(x) = ax^2 + 2$, $M(2; 27)$
e) $f(x) = ax^2 - 4$, $M(2; -20)$
f) $f(x) = 2x^2 + n$, $M\left(\frac{3}{\sqrt{2}}; 13\right)$
g) $f(x) = 5x^2 + n$, $M\left(\sqrt{5}; 30\right)$
h) $f(x) = ax^2 - 1$, $M\left(\sqrt{7}; 20\right)$

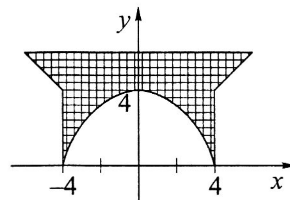
27. Nurodykite taškus, kuriuose funkcijos $y = f(x)$ grafikas kerta koordinačių ašis:

a) $f(x) = x^2 - 16$
b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$
c) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4{,}5$
d) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4$
e) $f(x) = -x^2 + 2$
f) $f(x) = -x^2 + 3{,}24$
g) $f(x) = -2x^2 - 8$
h) $f(x) = 9x^2 - 6{,}25$

28. a) Tilto arka yra parabolės formos. Arkos aukštis yra 4 m, plotis — 20 m. Sudarykite arką atitinkančios parabolės lygtį.



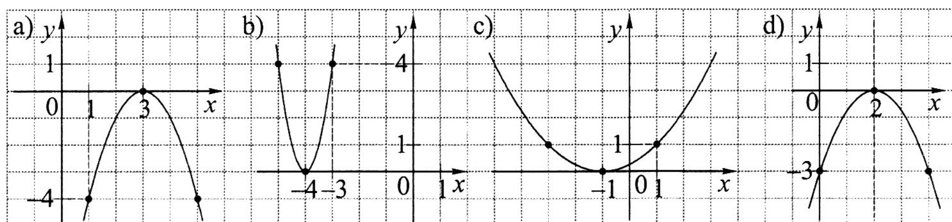
b) Parabolės formos simetriškos vartų arkos aukštis yra 4 m, o plotis prie žemės — 8 m. Ar gali pro šiuos vartus įvažiuoti 3 m aukščio ir 5 m pločio furgonas?



29. Kokios funkcijos grafikas yra:

a) parabolė $y = x^2$, pastumta į dešinę per 3 vienetus;
b) parabolė $y = -2x^2$, pastumta į kairę per 4 vienetus;
c) parabolė $y = 3x^2$, pastumta į kairę 2,25 vieneto;
d) parabolė $y = \frac{2}{7}x^2$, pastumta į dešinę $3\frac{3}{5}$ vieneto?

30. Funkcijos $y = f(x)$ grafikas yra parabolė. Parašykite nubraižytos parabolės lygtį pavidalu $y = a(x + m)^2$.



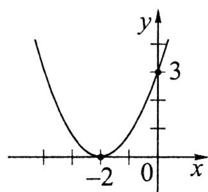
31. Raskite nežinomo koeficiento reikšmę, jeigu žinoma, kad funkcijos $f(x)$ grafikas eina per tašką M:

a) $f(x) = 2(x - m)^2$, $M(2; 0)$
b) $f(x) = -(x - m)^2$, $M(2; -9)$
c) $f(x) = (x + m)^2$, $M(3; 16)$
d) $f(x) = a(x - 1)^2$, $M(-2; 9)$
e) $f(x) = a(x + 2)^2$, $M(0; -8)$
f) $f(x) = a(x + 1)^2$, $M(5; 72)$
g) $f(x) = 0{,}5(x - m)^2$, $M(1{,}5; 2)$
h) $f(x) = 2{,}5(x + m)^2$, $M(1; 10)$

32. Nurodykite funkcijos $f(x)$ grafiko — parabolės — simetrijos ašį, viršūnės koordinates ir schemiškai ją nubraižykite:

a) $f(x) = 0{,}5(x - 4)^2$
b) $f(x) = 2(x + 3)^2$
c) $f(x) = 0{,}3(x + 6)^2$
d) $f(x) = -2{,}4(x - 3{,}5)^2$
e) $f(x) = 7(x + 1{,}5)^2$
f) $f(x) = 6(x - 9)^2$

33. Kurios funkcijos grafikas atitinka nubraižytą parabolę:



A $f(x) = 3(x - 2)^2$;
B $f(x) = 0{,}75(x + 2)^2$;
C $f(x) = -(x + 2)^2$;
D $f(x) = -2(x + 3)^2$?

34. Kokios funkcijos grafikas yra:

a) parabolė $y = -\frac{1}{2}x^2$, pastumta per 2 vienetus į dešinę ir per 4 aukštyn;
b) parabolė $y = x^2$, pastumta per 1 vienetą į kairę ir per 7 žemyn;
c) parabolė $y = -\frac{1}{4}x^2$, pastumta $\frac{2}{3}$ vieneto į kairę ir $\frac{5}{6}$ vieneto aukštyn;
d) parabolė $y = 7x^2$, pastumta per 2 vienetus į dešinę ir per 4 vienetus žemyn?

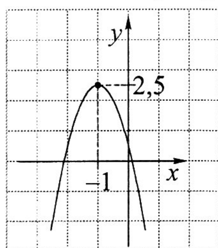
35. Nurodykite funkcijos $y = f(x)$ grafiko — parabolės — simetrijos ašį ir viršūnės koordinates, jei:

a) $f(x) = \frac{2}{5}(x-3)^2 + \frac{4}{5}$ b) $f(x) = -0{,}6(x-4)^2 - 2{,}5$
c) $f(x) = 0{,}7(x+2)^2 - 2{,}8$ d) $f(x) = 3(x-1{,}6)^2 + 4{,}2$

36. Nurodykite funkcijos reikšmių aibę:

a) $f(x) = -6(x-1)^2 + 4$ b) $f(x) = 2{,}17(x+3)^2 - 5{,}1$
c) $f(x) = \frac{2}{3}(x+4)^2 - 1$ d) $f(x) = -2(x-5{,}7)^2 + 2{,}13$

37. Kurios funkcijos grafikas atitinka nubraižytą parabolę:



A $f(x) = 2{,}5x^2 - 1$;
B $f(x) = -2(x+1)^2 + 2{,}5$;
C $f(x) = (x+1)^2 + 2{,}5$;
D $f(x) = -2(x-1)^2 + 2{,}5$?

38. Raskite funkcijos nulius:

a) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$ b) $f(x) = 2(x-3)^2$ c) $f(x) = 6x^2 + x$
d) $f(x) = 1 - 4x^2$ e) $f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2$ f) $f(x) = 2x - x^2$

39. Raskite funkcijos grafiko simetrijos ašį:

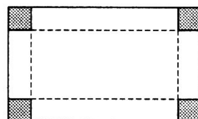
a) $f(x) = 2x^2 + 10x$ b) $f(x) = -0{,}5x^2 + 2x$ c) $f(x) = \frac{1}{7}x^2 - 4x$
d) $f(x) = 0{,}5x^2 + 5{,}1x$ e) $f(x) = 0{,}36x - 1{,}2x^2$ f) $f(x) = -\frac{3}{14}x + \frac{2}{7}x^2$

40. Raskite funkcijos $y = f(x)$ grafiko — parabolės — viršūnės koordinates ir nurodykite funkcijos reikšmių sritį, jei:

a) $f(x) = -x^2 + 10x$ b) $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 4x$
c) $f(x) = 0{,}01x^2 - 0{,}2x$ d) $f(x) = -2{,}4x + 2x^2$

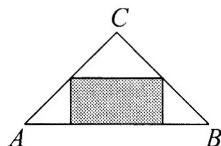
41. Vertikaliai į viršų mestas kūnas juda pagal tokį dėsnį: $h = 19{,}6t - 4{,}9t^2$ (h — metrai, t — sekundės). Į kokį didžiausią aukštį pakils kūnas?

42. Iš kartono lapo, kurio matmenys 30×50, išpjovus kampuose kvadratėlius, reikia pagaminti dėžutę, kurios šoninis paviršius būtų didžiausias. Kokia turi būti išpjaunamo kvadratėlio kraštinė?



43. Funkcija išreikšta formule $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + bx$. Raskite b reikšmę, jeigu didžiausioji funkcijos reikšmė lygi 36, kai $x = 12$.

44. Iš stačiojo lygiašonio trikampio ABC ($AC = CB$, $AB = 8$) formos plokštės reikia išpjauti stačiakampį taip, kad nupjautų trikampių plotų suma būtų mažiausia.



45. Ar priklauso funkcijos $f(x) = -x^2 + 2x + 5$ grafikui taškas:

a) $A(-1; 3)$; b) $B\left(\frac{2}{3}; 5\frac{8}{9}\right)$; c) $C\left(-\frac{2}{3}; 5\frac{8}{9}\right)$; d) $D(1{,}5; 5{,}75)$; e) $E(25; -570)$?

46. Nurodykite funkcijos grafiko simetrijos ašį:

a) $f(x) = 5x^2 - 10x + 0{,}1$ b) $f(x) = 0{,}5x^2 - 4{,}8x + 3$

c) $f(x) = -\frac{1}{1000}x^2 + \frac{1}{250}x + 40$ d) $f(x) = 400 + 2x - \frac{1}{10}x^2$

47. Raskite parabolės viršūnės koordinates, jei ji apibrėžta lygtimi:

a) $f(x) = x^2 + 6x + 12$ b) $f(x) = 2x^2 - 4x + 7$

c) $f(x) = 50x - \frac{1}{100}x^2$ d) $f(x) = x - \frac{1}{100}x^2$

e) $f(x) = 20x - \frac{1}{1000}x^2$ f) $f(x) = -155\,000 + 24\,000x - 1000x^2$

48. Raskite funkcijos reikšmių sritį:

a) $f(x) = 2(x-1)^2 + 7$ b) $f(x) = -1{,}5(x+1)^2 + 10$

c) $f(x) = 0{,}17(x-1)^2$ d) $f(x) = 5x^2 - 20x + 33{,}5$

e) $f(x) = -\frac{1}{100}x^2 + \frac{1}{25}x + 400$ f) $f(x) = 300x - 0{,}5x^2$

49. Raskite didžiausią arba mažiausią funkcijos reikšmę:

a) $f(x) = 5(x-6)^2 + 2$ b) $f(x) = -x^2 + 9$

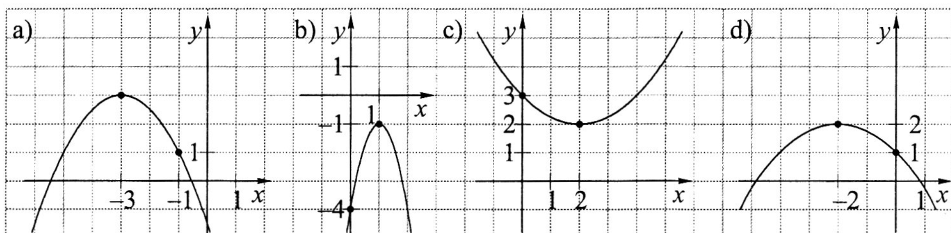
c) $f(x) = x^2 - 4x$ d) $f(x) = -x^2 + 2x - 1$

e) $f(x) = -3(x+2)^2 - 1$ f) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

50. Palyginkite funkcijų $f(x) = x^2 - 2x + 5$ ir $g(x) = -x^2 + 6$ reikšmes:

a) $f(1)$ ir $g(1)$; b) $f(2{,}5)$ ir $g(2{,}5)$; c) $f(-2)$ ir $g(-2)$; d) $f(1{,}5)$ ir $g(1{,}5)$.

51. Funkcijos $y = f(x)$ grafikas yra parabolė. Parašykite nubraižytos parabolės lygtį pavidalu $y = ax^2 + bx + c$.



52*. Kurių funkcijų grafikai kertasi su tiese $y = 4{,}5$?

A $f(x) = x^2 - 4x + 6$ **B** $f(x) = x^2 - 4x + 8$ **C** $f(x) = x^2 - 4x + 9$

53. Apskaičiuokite kvadratinės funkcijos $f(x) = ax^2 + bx - 5$ koeficientų a ir b reikšmes, jei didžiausią reikšmę, lygią 4, ji įgyja, kai $x = 3$.

Pavyzdys. Apskaičiuokite kvadratinės funkcijos $f(x) = ax^2 + bx - 2$ koeficientus a ir b, jei mažiausią reikšmę, lygią -6, ji įgyja, kai $x = -2$.
Sprendimas. Kadangi viršūnės abscisė yra $x = -2$, tai $f(x)$ galima išreikšti taip: $f(x) = A(x + 2)^2 + B$.
Kadangi $f(-2) = -6$, tai $-6 = B$. Vadinasi, $f(x) = A(x + 2)^2 - 6$.
Kadangi $f(x) = ax^2 + bx - 2$, tai
$ax^2 + bx - 2 = A(x + 2)^2 - 6$.
$ax^2 + bx - 2 = Ax^2 + 4Ax + 4A - 6$.
Dabar aišku, kad $-2 = 4A - 6$, $A = 1$, t. y. $ax^2 + bx - 2 = x^2 + 4x - 2$, todėl $a = 1$, $b = 4$.
Atsakymas. $a = 1$, $b = 4$.

---

54. Kvadratinės funkcijos $f(x) = ax^2 + bx + c$ grafikas yra parabolė, kurios viršūnės koordinatės $(6; -12)$. Raskite koeficientus a, b ir c, jei parabolė eina per tašką $(8; 0)$.

55. Kvadratinės funkcijos $f(x) = ax^2 + bx + c$ grafikas yra parabolė, kuri y ašį kerta taške $(0; 15)$, o viršūnės koordinatės yra $(-2; 7)$. Raskite koeficientus a, b ir c.

56. Kvadratinės funkcijos $f(x) = ax^2 + bx + c$ grafikas yra parabolė, kurios viršūnės koordinatės $(1; -4)$. Raskite koeficientų a, b ir c reikšmes, jeigu žinoma, kad parabolė eina per tašką $(0; -6)$.

57. Funkcija išreikšta formule $f(x) = x^2 + px + q$. Raskite p ir q reikšmes, jeigu mažiausia funkcijos reikšmė lygi 20, kai $x = 4$.

Pavyzdys. Funkcija išreikšta formule $f(x) = x^2 + bx + c$. Raskite b ir c reikšmes, jeigu mažiausia funkcijos reikšmė lygi 24, kai $x = 6$.
Sprendimas. Kadangi funkcija $y = f(x)$ yra kvadratinė, tai jos grafikas yra parabolė, kurios šakos kyla aukštyn. Parabolės viršūnės ordinatė atitinka mažiausiąją funkcijos reikšmę. $(6; 24)$ — parabolės viršūnės koordinatės. Funkciją $y = f(x)$ galima užrašyti formule:
$f(x) = (x - 6)^2 + 24$, arba $f(x) = x^2 - 12x + 60$.
Atsakymas. $b = -12$, $c = 60$.

---

58. Raskite kvadratinės funkcijos $f(x) = ax^2 + bx + c$ koeficientus, jei žinoma, kad jos reikšmė lygi nuliui, kai $x = 6$, o mažiausią reikšmę, lygią -8, ji įgyja, kai $x = 4$.

59. Raskite kvadratinės funkcijos $f(x) = ax^2 + bx + c$ koeficientus, jeigu didžiausią reikšmę 25 ji įgyja, kai $x = 0{,}5$, o reikšmę, lygią 24, ji įgyja, kai $x = 0$.

60. Skaičiuoklius gaminančios kompanijos skirtumas tarp pajamų, gautų pardavus prekes, ir gamybos išlaidų $C(x)$ (tūkst. Lt) apskaičiuojamas pagal formulę $C(x) = x^2 - 10x + 31$; čia x — skaičiuoklių, pagamintų per savaitę skaičius (tūkstančiais). Laikydami,

kad x ašyje 0,5 cm atitinka 1 tūkstantį skaičiuoklių, o y ašyje 0,5 cm atitinka 6 tūkst. Lt, nubraižykite funkcijos $y = C(x)$ grafiko eskizą. Remdamiesi grafiko eskizu, nustatykite:

a) kiek tūkstančių skaičiuoklių reikėtų pagaminti per savaitę, kad šis skirtumas būtų mažiausias;

b) kiek skaičiuoklių reikėtų pagaminti per savaitę, kad skirtumas būtų 31 tūkst. Lt;

c) kada šis skirtumas didėja; kada mažėja.

61. Vienos firmos finansų skyrius nustatė, kad vienos savaitės pelną (arba nuostolį) $p(x)$ (tūkst. Lt) galima apskaičiuoti pagal formulę $p(x) = -x^2 + 11x - 28$; čia x — vieno gaminio kaina litais. Laikydami, kad x ašyje 0,5 cm atitinka 1 Lt, o y ašyje 0,5 cm atitinka 1 tūkst. Lt, nubraižykite funkcijos $y = p(x)$ grafiko eskizą. Remdamiesi grafiko eskizu, nustatykite, esant kokiai vieno gaminio kainai firma:

a) gauna pelno; b) turi nuostolio; c) gauna didžiausią pelną.

62. Vieno gaminio kaina yra x Lt. Firmos savaitės pelnas (arba nuostolis) $p(x)$ (tūkst. Lt) nustatomas pagal formulę $p(x) = -x^2 + 22x - 27$. Laikydami, kad x ašyje 0,5 cm atitinka 2 Lt, o y ašyje 0,5 cm atitinka 10 tūkst. Lt, nubraižykite funkcijos $y = p(x)$ grafiko eskizą. Remdamiesi grafiko eskizu, nustatykite, kokia turi būti vieno gaminio kaina, kad firma:

a) gautų savaitinį pelną; b) gautų didžiausią savaitinį pelną; c) turėtų nuostolio.

63. Vairuotojo kelionė į darbą trunka t minučių, o laikas t priklauso nuo transporto intensyvumo, išreikšto skaičiumi m automobilių, pravažiuojančių pro stebimą vietą per 1 minutę. Tegul $t = 0{,}01m^2 + 0{,}03m + 18$.

a) Nurodykite funkcijos apibrėžimo sritį ir jos kitimą apibrėžimo srityje.

b) Kokia mažiausia transporto intensyvumo reikšmė? Kiek tuomet truktų kelionė į darbą?

c) Ar pakaks pusės valandos kelionei į darbą, jeigu $m = 35$?

<u>64.</u> Su kuriomis k reikšmėmis parabolės $y = kx^2 - 7x + 4$ viršūnė yra II-ajame ketvirtyje?

65*. Stačiakampio perimetras lygus 20. Raskite, kokie turi būti stačiakampio kraštinių ilgiai, kad stačiakampio įstrižainė būtų trumpiausia.

Nurodymas. Pažymėję vienos kraštinės ilgį x, išreikškite įstrižainę x-u ir raskite gautos funkcijos mažiausią reikšmę.

66*. Kiek yra taškų su sveikosiomis teigiamomis koordinatėmis žemiau grafiko parabolės, kurios lygtis yra $y = -x^2 + 4x - 1$?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

67*. Į figūrą, apribotą parabole $y = 4 - x^2$ ir Ox ašimi, įbrėžtas stačiakampis, kurio dvi viršūnės priklauso parabolei, o dvi — Ox ašiai. Raskite didžiausio perimetro stačiakampį.

68*. Figūra apribota funkcijų $f(x) = x^2 - 4x - 7$ ir $g(x) = -x^2 + 9$ grafikais.

a) Nubraižykite tą figūrą.

b) Raskite ilgį ilgiausios atkarpos, jungiančios du tai figūrai priklausančius taškus ir lygiagrečios Oy ašiai.

69*. Figūra apribota funkcijų $f(x) = 2x^2$ ir $g(x) = 4x$ grafikais. Raskite ilgį ilgiausios atkarpos, lygiagrečios y ašiai ir priklausančios nurodytai figūrai.

70*. Su kuriomis c reikšmėmis visi funkcijos $f(x) = x^2 - 2x + c$ grafiko taškai yra:
a) virš tiesės $y = 6$; b) virš tiesės $y = -2$?

Pavyzdys. Su kuriomis c reikšmėmis visi funkcijos $f(x) = x^2 + 4x + c$ grafiko taškai yra virš tiesės $y = 2$?
Sprendimas. Funkcijos grafikas yra parabolė, kurios šakos kyla į viršų. Parabolės viršūnės ordinatė yra mažiausia funkcijos reikšmė.
Funkcijos $y = f(x)$ grafikas bus virš tiesės $y = 2$, kai viršūnės ordinatė y_0 bus didesnė už 2.
Raskime parabolės viršūnės abscisę x_0:
$x^2 + 4x = 0$, $x(x + 4) = 0$, $x = 0$ ir $x = -4$.
Vadinasi, $x_0 = \frac{0 + (-4)}{2} = -2$.
Raskime parabolės viršūnės ordinatę y_0:
$y_0 = f(x_0) = f(-2) = (-2)^2 + 4 \cdot (-2) + c = c - 4$.
Kadangi turi būti $y_0 > 2$, tai $c - 4 > 2$, $c > 6$.
Atsakymas. $c > 6$.

---

71. Kanalu tekančio vandens tėkmės greitis v gylyje h išreiškiamas formule: $v = -62{,}5h^2 + 50h + 40$ (v — m/min, h — m). Kokiame gylyje tėkmės greitis didžiausias?

72. Grafiškai nustatykite, kiek sprendinių turi lygtis:

a) $\frac{4}{x} = 2x$ b) $2x^2 = x + 3$ c) $-\frac{1}{2}x^2 + 3 = \frac{1}{x}$
d) $-x^2 - 2 = 2x$ e) $2x^2 - 2 = -x$ f) $x^2 - 3 = -\frac{2}{x}$

73. Grafiškai išspręskite lygtį:

a) $-x^2 = x - 4$ b) $-\frac{1}{2}x^2 + 2 = x$ c) $3 - x = x^2$
d) $2x^2 = x - 2$ e) $0{,}5x^2 = 2$ f) $2x^2 = x + 4$

74. Išspręskite lygtį grafiniu būdu:

a) $\frac{3}{x} = -3x^2$ b) $-\frac{2}{x} = 2x^2$ c) $-\frac{3}{x} = x + 4$
d) $\frac{4}{x} = \frac{x}{4}$ e) $\frac{5}{x} = 5x$ f) $\frac{4}{x} = -2$

75. Dvi aviakompanijos „Skrydis“ ir „Kometa“ kviečia moksleivius keliauti ir siūlo savo paslaugas. Aviakompanija „Skrydis“ už 25 moksleivių kelionę ima pradinį 480 Lt mokestį ir po 0,24 Lt už kiekvieną skrydžio kilometrą, o „Kometa“ ima 300 Lt pradinį mokestį ir po 0,36 Lt už kiekvieną skrydžio kilometrą.

a) Sudarykite kelionės kainos funkciją $y = f(x)$, jeigu moksleiviai nuspręstų pasinaudoti kompanijos „Skrydis“ paslaugomis, ir funkciją $y = g(x)$, jeigu naudotųsi kompanijos „Kometa“ paslaugomis (čia x — atstumas kilometrais).
b) Laikydami, kad 0,5 cm abscisių ašyje atitinka 250 km, o 0,5 cm ordinačių ašyje — 100 Lt, nubraižykite funkcijų $f(x)$ ir $g(x)$, grafikus.
c) Remdamiesi grafiku nustatykite, kada verta naudotis „Skrydžio“ ir kada „Kometos“ paslaugomis.
d) Nurodykite atstumą, kurį skrendant būtų vistiek, kurios kompanijos paslaugomis naudotis, t. y., kad kelionės kaina būtų ta pati.

76. Studijos grindims reikia 20 m^2 kiliminės dangos. Studijos savininkas sužinojo, kad perkant dangą parduotuvėje „Varsa“, jos klojamos nemokamai, o perkant parduotuvėje „Danga“ kainai taikoma 20% nuolaida, tačiau už klojimą reikia sumokėti 364 Lt.

a) Kiek kainuotų savininkui, jeigu klotų dangą pirktą parduotuvėje „Varsa“ ir kiek — parduotuvėje „Danga“(1 m^2 kiliminės dangos abiejose parduotuvėse kainuoja 63 Lt)?

b) 1 m^2 dangos kainą pažymėkite x (Lt). Įsitikinkite, kad perkant parduotuvėje „Varsa“, dangos kainą galima išreikšti funkcija $f(x) = 20x$, o perkant parduotuvėje „Danga“ — funkcija $g(x) = 16x + 364$.

c) Laikydami, kad abscisių ašyje 0,5 cm atitinka 10 Lt, o ordinačių ašyje 0,5 cm atitinka 100 Lt, nubraižykite funkcijų $y = f(x)$ ir $y = g(x)$ grafikus.

d) Remdamiesi grafiku nurodykite, kokia turėtų būti 1 m^2 kaina, kad savininkui labiau apsimokėtų kloti parduotuvėje „Varsa“ pirktą dangą? Kokia turėtų būti 1 m^2 kaina, kad savininkui labiau apsimokėtų kloti parduotuvėje „Danga“ pirktą dangą? Kokia turėtų būti 1 m^2 kaina, kad abiejose parduotuvėse už dangą ir jos klojimą reikėtų mokėti vienodai?

e) Į punkto d) klausimus atsakykite skaičiuodami.

77. Nubraižykite stačiąją trapeciją $KLMN$, kurios pagrindai $KL = 4$, $MN = 10$, o aukštinė $KN = 6$. Trapecijos pagrinde MN pažymėkite tašką T, o atstumą NT pažymėkite x.

a) Įrodykite, kad trapecijos $KLTN$ plotas $S(x) = 3x + 12$.

b) Laikydami, kad abscisių ašyje 0,5 cm atitinka 2 cm, o ordinačių ašyje 0,5 cm atitinka 6 cm^2, nubraižykite funkcijos $y = S(x)$ grafiką.

c) Remdamiesi grafiku, nustatykite trapecijos $KLMN$ plotą.

d) Remdamiesi grafiku, nustatykite trapecijos $KLTN$ plotą, kai T — kraštinės MN vidurio taškas.

e) Įrodykite, kad trikampio LTM plotas $Q(x) = -3x + 30$.

f) Tame pačiame brėžinyje nubraižykite funkcijos $Q(x) = -3x + 30$ grafiką.

g) Remdamiesi grafiku, nurodykite x reikšmę, su kuria trikampio LTM plotas būtų lygus trapecijos $KLTN$ plotui.

h) Skaičiuodami raskite x reikšmę, su kuria trikampio LTM plotas būtų lygus trapecijos $KLTN$ plotui.

78*. Įrodykite, kad bet kuris parabolės $y = \frac{1}{12}x^2$ taškas vienodai nutolęs nuo taško $F(0; 3)$ ir tiesės $y = -3$.

Pavyzdys. Įrodykite, kad bet kuris parabolės $y = \frac{1}{2}x^2$ taškas vienodai nutolęs nuo taško $F(0; \frac{1}{2})$ ir tiesės $y = -\frac{1}{2}$.

Įrodymas. Imkime bet kurį parabolei priklausantį tašką $M\left(x; \frac{1}{2}x^2\right)$. Taško M atstumo iki taško F kvadratas lygus:
$MF^2 = (x-0)^2 + \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}$.
Atstumas nuo taško M iki tiesės $y = -\frac{1}{2}$ yra $\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$, o jo kvadratas lygus $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}$. Taigi atstumų nuo taško M iki taško F ir iki tiesės $y = -\frac{1}{2}$ kvadratai yra lygūs, todėl patys atstumai taip pat lygūs.

79*. Įrodykite, kad kiekvienas parabolės $y = 2x^2$ taškas vienodai nutolęs nuo taško $F\left(0;\ \frac{1}{8}\right)$ ir tiesės $y = -\frac{1}{8}$.

80*. Koordinačių plokštumoje pavaizduokite aibę taškų, kurių kiekvienas būtų vienodai nutolęs nuo duotojo taško F ir duotosios tiesės:

a) $F(-4;\ 1)$, $y = -1$ b) $F(4;\ -1)$, $y = 1$
c) $F(1;\ 4)$, $y = 3$ d) $F(-4;\ -1)$, $y = -3$

Pavyzdys. Išnagrinėkime punktą b).
Ieškomajai aibei priklausančio taško M koordinates pažymėkime $(x;\ y)$.
Prisiminkime atstumo tarp taškų $(x_1;\ y_1)$ ir $(x_2;\ y_2)$ formulę:
$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$. Pagal ją $MF^2 = (x-4)^2 + (y+1)^2$.
Taško $M(x;\ y)$ atstumo iki tiesės $y = 1$ kvadratas lygus:
$(y-1)^2 + (x-x)^2$. Vadinasi, $(y-1)^2 = (x-4)^2 + (y+1)^2$,
$y^2 - 2y + 1 = (x-4)^2 + y^2 + 2y + 1$, $y = -\frac{1}{4}(x-4)^2$.
Gavome parabolės lygtį. Parabolės šakos leidžiasi žemyn; tiesė $x = 4$ — parabolės simetrijos ašis. Viršūnės koordinatės yra $(4;\ 0)$.

81*. Grafiškai išspręskite lygtį:

a) $x^2 - 3 = |x|$; b) $\frac{2}{|x|} = x^2$; c) $|x| = x^2 - 2$; d) $\frac{4}{|x|} = x^2 + 2$.

82*. Užbrūkšniuokite arba nuspalvinkite koordinačių plokštumos dalį, kurios taškų koordinatės tenkintų nelygybę:

a) $y \geqslant x^2 + 1$ b) $y \leqslant -\frac{1}{2}x^2 + 3$ c) $y > x^2 + 4x$
d) $y \leqslant 2(x-3)^2$ e) $y < \frac{1}{2}(x+2)^2 - 3$ f) $y \geqslant -(x-4)^2 + 2$

83*. a — didžiausia funkcijos $y = \frac{3}{x}$ reikšmė intervale $[1;\ 3]$, o b — mažiausia funkcijos $y = x^2 - 2$ reikšmė intervale $[-3;\ 3]$. Palyginkite a ir b. Atsakymą iliustruokite grafiškai.

84*. k — mažiausia funkcijos $y = -\frac{2}{x}$ reikšmė intervale $[1;\ +\infty)$, o l — mažiausia funkcijos $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$ reikšmė intervale $[-2;\ 2]$. Palyginkite k ir l reikšmes. Atsakymą iliustruokite grafiškai.

85*. Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką:

a) $f(x) = \frac{2}{x-3}$ b) $f(x) = \frac{1}{x} + 3$
c) $f(x) = \frac{4}{x+4}$ d) $f(x) = \frac{4}{x-3} + 2$

86*. Duota funkcija $y = f(x) = \begin{cases} (x+2)^2, & \text{kai } x \leqslant -1, \\ -x, & \text{kai } x > -1. \end{cases}$

a) Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką.
b) Apskaičiuokite: $f(-3)$, $f(0)$, $f(4)$.

87*. Duota funkcija $y = f(x) = \begin{cases} -4, & \text{kai } x \leqslant -1, \\ -(x-1)^2, & \text{kai } x > -1. \end{cases}$

a) Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką.
b) Apskaičiuokite: $f(-7)$, $f(0)$, $f(5)$.

88*. Duota funkcija $y = f(x) = \begin{cases} -2x^2 + 2, & \text{kai } x \leqslant 0, \\ -2x + 2, & \text{kai } x > 0. \end{cases}$

a) Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką.
b) Apskaičiuokite: $f(-4)$, $f(0)$, $f(1)$.
c) Nurodykite funkcijos didėjimo ir mažėjimo intervalus.

89*. Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką:

a) $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 3, & \text{kai } x \leqslant 2, \\ \frac{1}{2}x - 2, & \text{kai } x > 2 \end{cases}$ b) $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x, & \text{kai } x < 0, \\ \frac{1}{2}x^2, & \text{kai } x \geqslant 0 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} 3, & \text{kai } x \leqslant -2, \\ x^2 - 1, & \text{kai } x > -2 \end{cases}$ d) $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{kai } x < -1, \\ -2x^2 + 4, & \text{kai } -1 \leqslant x \leqslant 1, \\ 3x - 1, & \text{kai } x > 1 \end{cases}$

90*. Nubraižykite funkcijos $f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{kai } -2 \leqslant x < -1, \\ -x^2, & \text{kai } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 5x + 1, & \text{kai } 0 < x \leqslant 1 \end{cases}$ grafiką.

91*. Duota funkcija $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{kai } x \leqslant -1, \\ 1, & \text{kai } -1 < x \leqslant 0, \\ 3x + 1, & \text{kai } x > 0. \end{cases}$

a) Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką.
b) Apskaičiuokite: $f(-2)$, $f(0{,}5)$, $f(4)$.

92*. Duota funkcija $f(x) = \begin{cases} 4, & \text{kai } x \leqslant -2, \\ x^2, & \text{kai } -2 < x \leqslant 2, \\ 3x - 1, & \text{kai } x > 2. \end{cases}$

a) Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką.
b) Apskaičiuokite: $f(-3)$, $f(0)$, $f(2{,}5)$.

93*. Duota funkcija $f(x) = \begin{cases} -2, & \text{kai } x \leqslant -2, \\ -x^2, & \text{kai } -2 < x \leqslant 2, \\ -\frac{8}{x}, & \text{kai } x > 2. \end{cases}$

a) Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką.
b) Apskaičiuokite: $f(8)$, $f(-1)$, $f(0)$.

94*. Duota funkcija $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2, & \text{kai } x \leqslant 0, \\ \frac{1}{x}, & \text{kai } x > 0. \end{cases}$

a) Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką.
b) Apskaičiuokite: $f(-5)$, $f(0)$, $f(7)$.

95*. Duota funkcija $f(x) = \begin{cases} -2, & \text{kai } x \leqslant 0, \\ 2x^2, & \text{kai } x > 0. \end{cases}$

a) Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką.
b) Apskaičiuokite: $f(-5)$, $f(3{,}16)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

3. TIESINIŲ LYGČIŲ SISTEMOS

1. Duota lygtis $3x - y = 2$.
a) Ar skaičių pora $(0{,}5;\ -0{,}5)$ yra duotosios lygties sprendinys?
b) Raskite tokią x reikšmę, kad skaičių pora $(x;\ 7)$ būtų duotosios lygties sprendinys.
c) Raskite tokią y reikšmę, kad skaičių pora $\left(2\frac{1}{3};\ y\right)$ būtų duotosios lygties sprendinys.

2. Raskite tiesinės lygties $ax - 3y = 1$ koeficientą a, jei jos sprendinys yra skaičių pora:
a) $(2;\ 1)$; b) $(0{,}2;\ 0{,}15)$; c) $\left(-3;\ -\frac{5}{6}\right)$; d) $\left(\sqrt{2};\ 1\right)$.

3. Lygties $5x - 6y = c$ sprendinys yra skaičių pora $(4;\ 3)$.
a) Raskite c ir užrašykite lygtį.
b) Ar skaičių pora $x = 5$, $y = 4$ yra šios lygties sprendinys?

4. Sudarykite tiesinę lygtį su dviem nežinomaisiais, kurios sprendinys būtų skaičių pora:
a) $(2;\ -3)$; b) $(-3;\ 2)$; c) $\left(\frac{1}{3};\ \frac{3}{4}\right)$; d) $\left(2\frac{1}{5};\ 1\frac{1}{3}\right)$; e) $(0{,}4;\ 1{,}7)$; f) $\left(3{,}5;\ \frac{1}{2}\right)$.

5. Nebraižydami patikrinkite, ar taškas $(-3;\ 1)$ priklauso lygties $x - y = -4$ grafikui.

6. Lygties $8x - 3y = -14$ grafikas eina per tašką, kurio abscisė lygi 2. Raskite šio taško ordinatę.

7. Lygties $4x + 5y = 18$ grafikui priklauso taškas, kurio ordinatė lygi -1. Raskite šio taško abscisę.

8. Pardavėjas 7 litus grąžos atidavė vieno ir dviejų litų vertės monetomis. Keliais skirtingais būdais jis galėjo tai padaryti?

9*. Kiek yra natūraliųjų dviženklių skaičių, kurių skaitmenų suma lygi 9?

10. Nebraižydami raskite koordinates taškų, kuriuose lygties $5x - 2y = 6$ grafikas kerta:
a) x ašį; b) y ašį.

11. Kurios iš skaičių porų yra lygčių sistemos $\begin{cases} 4x - 3y = 7, \\ 5x + 2y = 26 \end{cases}$ sprendiniai?

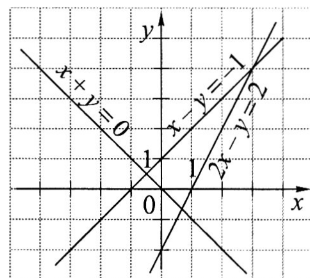
A $(1;\ -1)$ **B** $(4;\ 3)$ **C** $(-2;\ 5)$ **D** $(2;\ 8)$

12. Iš brėžinio nustatykite lygčių sistemų sprendinius:

a) $\begin{cases} 2x - y = 2, \\ x - y = -1; \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - y = 2, \\ x + y = 0; \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = -1, \\ x + y = 0. \end{cases}$



13. Skaičių pora $(5;\ 6)$ yra lygčių sistemos $\begin{cases} x + ay = 35, \\ bx + 2y = 27 \end{cases}$ sprendinys. Raskite a ir b reikšmes.

14. Raskite tokias a, b ir c reikšmes, kad nurodytoji skaičių pora būtų duotosios lygčių sistemos sprendinys:

a) $\begin{cases} 2x + 4y = c, \\ x + by = 2 \end{cases}$ (3; 1); b) $\begin{cases} ax + 3y = 8, \\ 2x - y = c \end{cases}$ (1; 2).

15. Išspręskite tiesinių lygčių sistemas grafiškai:

a) $\begin{cases} 3x - y = 4, \\ 2x + 3y = 10 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - 3y = 3, \\ 2x + 9y = 11 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y = 5, \\ 2y - x = 0. \end{cases}$

16*. Lygčių $2x + y = 8$, $-x + 2y = 6$ ir $7x + y = 3$ grafikai apriboja trikampį. Nubrėžę juos vienoje koordinačių plokštumoje, raskite trikampio viršūnių koordinates.

17*. Tiesės $y - x = 3$, $y = 11 - x$ ir $y = 2$ apriboja trikampį. Nubraižykite šį trikampį ir apskaičiuokite jo:
a) plotą; b) perimetrą.

18*. Tiesės $y = 2x + 2$, $y = 2$, $y = 2x - 6$ ir $y = 0$ apriboja lygiagretainį. Nubraižykite šį lygiagretainį ir apskaičiuokite jo:

a) plotą; b) perimetrą.

19. Išspręskite lygčių sistemas keitimo būdu:

a) $\begin{cases} 4x - y = 11, \\ 6x - 2y = 13 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - 5y = 0, \\ 8y - 3x = -13 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 6x + 5y = 1, \\ 2x - 3y = 33 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4(x - y) = -2, \\ 3x - 2y = 5 - 2(x + y) \end{cases}$ e) $\begin{cases} x - 3y = 0, \\ 15 - x = \frac{y + 5}{3} \end{cases}$ f) $\begin{cases} x = 1200 + y, \\ 0{,}4x - \frac{y}{2} = 440 \end{cases}$

*g) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3, \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 2\frac{1}{3} \end{cases}$ h) $\begin{cases} x - y = 1, \\ y - z = 3, \\ x + z = 9 \end{cases}$ i) $\begin{cases} 12x - y + 7z = 99, \\ x + 2z = 2, \\ y + 3z = 9 \end{cases}$

20. Nebraižydami grafikų raskite tiesių susikirtimo taškų koordinates:
a) $y - 2x = 1$ ir $6x - y = 7$; b) $2x + y = 12$ ir $7x - 2y = 31$.

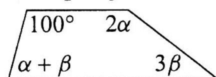
21. a) Dviejų skaičių suma lygi 128, o jų skirtumas lygus 114. Raskite tuos skaičius.
b) Dviejų skaičių suma lygi 40. Pirmasis skaičius 52 vienetais didesnis už dvigubą antrąjį. Raskite tuos skaičius.

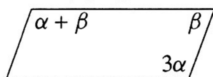
22. a) Šeima investavo 4000 litų į verslą. Už dalį pinigų sutartos 10% metinės palūkanos, už likusius — 20%. Metų pabaigoje šeima gavo 460 litų palūkanų. Kiek pinigų buvo investuota už 10% ir kiek už 20% palūkanų?
b) Pernai Algis investavo 10 000 litų dalį už 6% ir likusius už 8% metinių palūkanų. Metų pabaigoje jis gavo 760 litų palūkanų. Kiek pinigų buvo investuota už 6% ir kiek už 8% palūkanų?

23. a) Laborantui reikia pagaminti 500 gramų 34% rūgšties tirpalo. Jis turi tik 25% ir 50% rūgšties tirpalus. Kiek kiekvienos rūšies tirpalo jis turi paimti ir sumaišyti?
b) Kiek reikia paimti 10% ir 20% koncentracijos tirpalo, norint sumaišius gauti 1000 mℓ 12% tirpalo?

24*. Iš teigiamo dviženklio skaičiaus atėmus 36, gaunamas skaičius, užrašytas tais pačiais skaitmenimis, tik atvirkščia tvarka. Raskite visus tokius skaičius.

25. Raskite α ir β, kai pavaizduotas keturkampis yra:
a) trapecija; b) lygiagretainis.





26. Vienas iš gretutinių kampų 10° didesnis už trigubą kitą. Raskite tuos kampus.

27. a) Dvi šeimos nuėjo į parodą. Viena iš jų už du bilietus suaugusiems ir du vaikams sumokėjo 17 Lt, kita už du bilietus suaugusiems ir keturis vaikams sumokėjo 23,5 Lt. Kiek kainavo vienas bilietas suaugusiam ir kiek vaikiškas?
b) Kai Liutauras šventė savo gimtadienį vandens atrakcionų parke, Liutauro tėvai už 2 bilietus suaugusiems ir 13 bilietų vaikams sumokėjo 137,5 Lt. Kai ten savo gimtadienį šventė Silvija, jos tėvai už 2 bilietus suaugusiems ir 9 bilietus vaikams sumokėjo 103,5 Lt. Kiek kainuoja vienas bilietas suaugusiam ir kiek vaikui?

28. Išspręskite lygčių sistemas sudėties būdu:

a) $\begin{cases} 5x + 2y = 38, \\ 3x - 2y = 42 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x - 7y = 30, \\ 4x - 5y = 90 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 4y = -11, \\ 4x + 4y = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x - 5y = -2, \\ 3x + 2y = -13 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 4x + 5y = 1, \\ 5x + 7y = 5 \end{cases}$ *f) $\begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y = 14, \\ \frac{5}{6}x - \frac{1}{2}y = 18 \end{cases}$

*g) $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1, \\ \frac{x}{4} + \frac{2y}{3} = 8 \end{cases}$ *h) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{b}{4} = 2, \\ \frac{x}{6} + \frac{b}{3} = 2 \end{cases}$ *i) $\begin{cases} 0{,}03x + 0{,}04y = 44, \\ 0{,}04x + 0{,}02y = 42 \end{cases}$

29. Su kuria b reikšme tiesės $bx+3y = 10$ ir $x-2y = 4$ susikerta taške, priklausančiame x ašiai?

30. a) Už 5 vaizdajuostes ir 3 audiokasetes Domantas sumokėjo 102 litus, o Laurynas už 8 tokias pat vaizdajuostes ir 3 audiokasetes sumokėjo 147 litus. Kiek kainuoja viena vaizdajuostė ir kiek viena audiokasetė?
b) Už 4 tulpių ir 5 narcizų puokštę Simona sumokėjo 22 litus. Rasa už 7 tokių pat tulpių ir 6 narcizų puokštę sumokėjo 33 litus. Kiek kainuoja viena tulpė ir kiek vienas narcizas?

31. a) Stačiakampio ilgis 2 m trumpesnis už trigubą plotį, perimetras lygus 68 m. Raskite stačiakampio ilgį ir plotį.
b) Sauliaus tėvai turi stačiakampio formos sodą, kurio ilgis 3 metrais ilgesnis už dvigubą plotį. Tvoros, juosiančios sodą, ilgis yra 72 metrai. Kokie sodo matmenys?

32. a) Sportinis lėktuvas skrido pavėjui 180 km/h greičiu, o prieš vėją — 150 km/h greičiu. Apskaičiuokite vėjo greitį ir savąjį lėktuvo greitį.
b) Garlaivis plaukė upe prieš srovę vidutinišku 14 km/h greičiu, o pasroviui — 18 km/h greičiu. Apskaičiuokite upės tėkmės greitį ir garlaivio savąjį greitį.

33. a) Skrisdamas prieš vėją, 2100 kilometrų lėktuvas nuskrido per 6 valandas. Kelionei atgal pavėjui skrendant tuo pačiu savuoju greičiu prireikė 5 valandų. Koks lėktuvo savasis greitis ir koks vėjo greitis?
b) Lėktuvas 280 km pavėjui nuskrido per pusę valandos. Vėjo krypčiai nepakitus, kelionė atgal truko 40 minučių. Koks lėktuvo savasis greitis ir koks vėjo greitis?
c) Valtis 6 km pasroviui nuplaukė per 45 min, o tą patį atstumą atgal — per 1,5 h. Raskite valties savąjį greitį ir upės tėkmės greitį.

d) Dviratininkas 8 km pavėjui nuvažiavo per 15 min, o grįžo per 20 min. Raskite dviratininko greitį ir vėjo greitį.

34. a) Dviženklio skaičiaus skaitmenų suma lygi 12. Jei iš to skaičiaus atimtume 18, tai gautume skaičių, užrašytą tais pačiais skaitmenimis, tik atvirkščia tvarka. Raskite pradinį skaičių.

b) Dviženklio skaičiaus dešimčių skaitmuo dukart didesnis už vienetų skaitmenį. Jei jo skaitmenis sukeistume vietomis, tai gautume skaičių, 36 vienetais mažesnį už duotąjį. Raskite pradinį skaičių.

35. a) Dviženklio skaičiaus skaitmenų suma lygi 14, o skirtumas 2. Raskite tą skaičių, jei žinoma, kad vienetų skaitmuo yra didesnis už dešimčių skaitmenį.

b) Dviženklio skaičiaus skaitmenų suma lygi 11. Jei prie to skaičiaus pridėtume 63, gautume skaičių, užrašytą tais pačiais skaitmenimis, tik atvirkščia tvarka. Raskite pradinį skaičių.

c) Dviženklis skaičius yra 7 kartus didesnis už jo vienetų skaitmenį. Jei prie to skaičiaus pridėtume 18, gautume skaičių, užrašytą tais pačiais skaitmenimis, tik atvirkščia tvarka. Raskite pradinį skaičių.

d) Dviženklio skaičiaus skaitmenų skirtumas lygus 5. Jei jo skaitmenis sukeistume vietomis, gautume 7 vienetais didesnį skaičių negu dvigubas pradinis skaičius. Koks yra pradinis skaičius, jei jo dešimčių skaitmuo yra mažesnis už vienetų skaitmenį?

36. a) Buvo sumaišyti dviejų rūšių saldainiai. Vienų kilogramo kaina 8 Lt, kitų — 10 Lt. Gauta 10 kg saldainių mišinio, kurio kilogramas kainuoja 9,4 Lt. Kiek kilogramų kiekvienos rūšies saldainių yra mišinyje?

b) Buvo sumaišyti dviejų rūšių riešutai. Vienų kilogramo kaina 14 Lt, kitų — 12 Lt. Gauta 20 kg riešutų mišinio, kurio kilogramas kainuoja 12,8 Lt. Kiek kilogramų kiekvienos rūšies riešutų paimta mišiniui?

37. a) Dvi grupės darbuotojų surinko 168 kompiuterius. Pirmoji grupė dirbo 8 dienas, o antroji — 11 dienų. Kiek kompiuterių per dieną surinkdavo kiekviena grupė, jei pirmoji per 4 dienas surenka 16 kompiuterių daugiau negu antroji per 3 dienas?

b) Dviem skirtingais sunkvežimiais buvo vežiojami grūdai. Pirmąją dieną vienu sunkvežimiu per 4 reisus ir antru per 3 reisus pervežta 27 tonos grūdų. Antrąją dieną antruoju sunkvežimiu per 4 reisus pervežta 11 tonų grūdų daugiau negu pirmuoju per 3 reisus. Kokia kiekvieno sunkvežimio talpa tonomis?

38. Iš dviejų miestelių, tarp kurių yra 38 km, tuo pačiu metu išėjo du turistai. Jie susitiko po 4 h. Pirmasis turistas iki susitikimo nuėjo 2 km daugiau negu antrasis. Kokiu greičiu ėjo kiekvienas turistas?

39*. Iš dviejų vietovių, tarp kurių yra 30 km, vienu metu išėjo du turistai ir susitiko po 3 valandų 45 minučių. Jei pirmasis būtų išėjęs 2 valandomis anksčiau už antrąjį, tai turistai būtų susitikę po 2,5 valandų nuo antrojo išėjimo. Kokiu greičiu ėjo kiekvienas turistas?

40. a) Vidas taupė, rinkdamas 10 centų ir 20 centų monetas. Jis surinko 100 monetų, kurių bendra vertė 14 litų. Kiek iš surinktų monetų buvo 20 centų vertės?

b) Birutė taupė, rinkdama 5 centų ir 10 centų monetas. Sudaužiusi taupyklę, ji rado 100 monetų, kurių bendra vertė 6 litai. Kiek iš surinktų monetų buvo 5 centų vertės?

41*. a) Gediminas dabar 8 metais vyresnis už Romą. Prieš 14 metų Gediminas buvo du kartus vyresnis už Romą. Kiek metų dabar yra Gediminui ir kiek Romui?
b) Po 5 metų Kęstas bus 2 kartus vyresnis už Julių. Prieš 4 metus Kęstas buvo 3 kartus vyresnis už Julių. Kiek metų dabar yra Kęstui ir kiek Juliui?

42. a) Stačiakampio perimetras lygus 60 cm. Jei jo ilgį sumažintume 3 kartus, o plotį padidintume 2 kartus, tai perimetras nepasikeistų. Raskite stačiakampio matmenis.
b) Stačiakampio perimetras lygus 18 cm. Jei stačiakampio ilgį sumažintume 20%, o plotį padidintume 25%, tai perimetras nepasikeistų. Raskite stačiakampio plotą.

43. a) Pirmasis skaičius yra 9 didesnis už antrąjį. Jei sudėtume 5% pirmojo ir 6% antrojo skaičiaus, gautume 2,1. Raskite tuos skaičius.
b) Dviejų skaičių suma lygi 150. Vieno skaičiaus 20% yra 3 vienetais daugiau už 25% kito. Raskite tuos skaičius.

44. 20 ha lauko apsėta rugiais, o 30 ha — kviečiais. Pernai iš abiejų sklypų prikulta 2300 cnt grūdų. Šiemet rugių derlingumas padidėjo 20%, o kviečių — 30%, todėl grūdų prikulta 610 cnt daugiau negu pernai. Koks kiekvienų javų derlingumas šiemet?

45. Du televizorių gamyklos darbininkai pirmą dieną pagamino 100 detalių. Antrąją dieną pirmasis darbininkas pagamino 20% detalių daugiau, o antrasis 10% detalių daugiau negu pirmąją dieną. Iš viso antrąją dieną jie pagamino 116 detalių. Kiek detalių pagamino kiekvienas iš jų pirmąją dieną?

46. Lengvasis automobilis per 2 h nuvažiavo 10 km daugiau negu krovininis per 3 h. Jei lengvojo automobilio greitis sumažėtų 25%, o krovininio — 20%, krovininis automobilis per 5 h nuvažiuotų 20 km daugiau negu lengvasis automobilis per 3 h. Raskite lengvojo automobilio ir krovininio automobilio greičius.

47*. a) Antikvariatas nupirko du daiktus už 360 Lt. Pardavęs juos, gavo 25% pelno. Vieno daikto antkainis buvo 50%, kito — 12,5%. Kokia kaina buvo parduotas kiekvienas daiktas?
b) Aukcione pardavus du daiktus už 225 Lt, gauta 40% pelno. Už kiek litų parduotas kiekvienas daiktas, jei pardavus pirmąjį daiktą gauta 25%, o pardavus antrąjį — 50% pelno?

48. Knygynas gavo fizikos ir matematikos vadovėlių. Pirmą savaitę parduota 50% matematikos ir 20% fizikos vadovėlių. Iš viso parduota 390 matematikos ir fizikos vadovėlių. Matematikos vadovėlių liko neparduota 3 kartus daugiau negu fizikos. Kiek matematikos ir kiek fizikos vadovėlių gavo knygynas?

49*. a) Jei paprastosios trupmenos skaitiklį padaugintume iš 2, o iš vardiklio atimtume 2, tai gautume trupmeną lygią 2. Jei iš tos pačios trupmenos skaitiklio atimtume 4, o vardiklį padaugintume iš 4, tai gautume trupmeną lygią $\frac{1}{12}$. Raskite pradinę trupmeną.
b) Jei prie paprastosios trupmenos skaitiklio ir vardiklio pridėtume po 1, tai gautume trupmeną lygią $\frac{1}{2}$, o jei atimtume po 1, tai gautume trupmeną lygią $\frac{1}{3}$. Raskite pradinę trupmeną.

<u>50.</u> Iš turistinių bazių viena priešais kitą turi iškeliauti dvi grupės turistų. Atstumas tarp bazių 30 km. Jeigu pirmoji grupė išeitų 2 h anksčiau negu antroji, tai jos susitiktų po 2,5 h nuo antrosios grupės išėjimo. Jeigu antroji grupė išeitų 2 h anksčiau negu

pirmoji, tai jos susitiktų po 3 h nuo pirmosios grupės išėjimo. Koks kiekvienos grupės greitis?

51. Iš dviejų cisternų tuo pačiu metu pilstomas benzinas: iš pirmosios kasdien išpilstoma 16,5 t, o iš antrosios — 11,4 t. Iš antrosios cisternos išpilsčius visą benziną, pirmoje dar liko 25 t. Jei iš pirmosios kasdien būtų išpilstoma 10 t, o iš antrosios — 6 t, tai iš abiejų cisternų visas benzinas būtų išpilstytas tą pačią dieną. Kiek tonų benzino buvo iš pradžių kiekvienoje cisternoje?

52. a) Atstumas tarp dviejų miestų yra 180 km. Iš jų 6 val. 20 min. vienas priešais kitą išvyko autobusas ir lengvasis automobilis. Jie susitiko 7 val. 50 min. Jei autobusas būtų išvažiavęs 1 val. 15 min. anksčiau, o lengvasis — 15 min. vėliau, jie būtų susitikę 7 val. 35 min. Raskite autobuso ir lengvojo automobilio greičius.
b) Iš Kauno į Vilnių 8 val. 50 min. išvyko du autobusai. Tuo pačiu metu iš Vilniaus išvažiavo dviratininkas. Vieną autobusą jis susitiko 10 val. 10 min., o kitą — 10 val. 50 min. Atstumas tarp miestų yra 100 km. Vienas autobusas važiavo $1\frac{5}{7}$ karto greičiau negu kitas. Raskite dviratininko greitį.

53. a) Įrodykite, kad dviženklio skaičiaus ir skaičiaus, užrašyto tais pačiais skaitmenimis tik atvirkščia tvarka, skirtumas dalijasi iš 9.
b) Įrodykite, kad jei iš triženklio skaičiaus atimsime skaičių, užrašytą tais pačiais skaitmenimis, tik atvirkščia tvarka, gausime 99 kartotinį.

54. a) Jei dviženklį skaičių padalysime iš jo skaitmenų sumos, tai gausime dalmenį 6 ir liekaną 3. Jei šį skaičių padalysime iš jo skaitmenų sumos, padidintos 2 vienetais, tai ir dalmuo, ir liekana bus 5. Raskite tą dviženklį skaičių.
b) Jei dviženklį skaičių padalysime iš skaičiaus, užrašyto tais pačiais skaitmenimis, bet atvirkščia tvarka, tai gausime dalmenį 4 ir liekaną 3. Ieškomą skaičių padalijęs iš jo skaitmenų sumos, gausime dalmenį 8 ir liekaną 7. Raskite tą skaičių.

55. Išspręskite tiesinių lygčių sistemas:

a) $\begin{cases} 3x + 5y = 1, \\ 2x - y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x - 3y = 18, \\ x + 3y = 42 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x + 3y = 28, \\ 4x + 3y = 23 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 50x - 11y = 445, \\ 25x - 11y = 195 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 3x + 4y = 73, \\ 2x - 3y = -8 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 5x - 3y = 55, \\ 3x - 5y = -15 \end{cases}$

*g) $\begin{cases} x - y = 17, \\ 1\frac{1}{3}x + 1{,}5y = 0 \end{cases}$ *h) $\begin{cases} x - 2y = 500, \\ 0{,}03x + 0{,}02y = 51 \end{cases}$ *i) $\begin{cases} 0{,}8x - 0{,}7y = 140, \\ 0{,}03x + 0{,}05y = 51 \end{cases}$

56*. Raskite atstumą nuo tiesių $3x + 7y = 46$ ir $4x - 3y = 12$ susikirtimo taško iki:
a) abscisių ašies; b) ordinačių ašies; c) koordinačių pradžios.

57. Ar eina per tiesių $4x - 5y = 19$ ir $3x + 2y = 20$ susikirtimo tašką tiesė:
a) $1\frac{1}{6}x + 20y = 27$; b) $\frac{2}{3}x + 2\frac{1}{3}y = 4\frac{1}{3}$?

58*. Išspręskite lygčių sistemas:

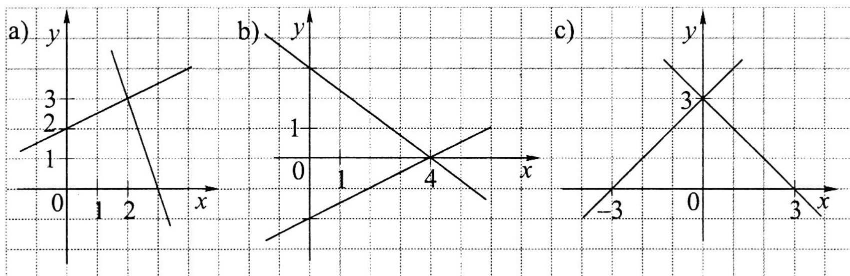
a) $\begin{cases} \dfrac{y+1}{3x-4} = \dfrac{1}{2}, \\ \dfrac{5x+y}{3x+11} = \dfrac{7}{5} \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{5x+3y}{3} = \dfrac{2x+3y}{2}, \\ \dfrac{x-3y}{2} = \dfrac{2x-3y}{3} \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{x-y+1}{2} + \dfrac{x+y-1}{5} = 7, \\ \dfrac{x-y+1}{3} - \dfrac{x+y-1}{4} = -3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \dfrac{2x-y}{3} - \dfrac{x-2y}{2} = \dfrac{3}{2}, \\ \dfrac{2x+y}{2} - \dfrac{x+2y}{3} = \dfrac{1}{3} \end{cases}$

59. Parašykite tiesės lygtį, kurios išraiška būtų $y = kx + b$ ir kurios grafikas eitų per taškus:

a) $A(2; 3)$ ir $B(-1; 4)$ b) $C(6; 2)$ ir $D(-1; -3)$
c) $E(5; 0)$ ir $F(0; 2)$ d) $G(-2; 0)$ ir $H(0; -4)$

60*. Užrašykite sistemą tiesinių lygčių, kurių grafikai pavaizduoti brėžinyje:



61. Išspręskite lygčių sistemas grafiškai:

a) $\begin{cases} x + 2y = 11, \\ x = 14 - 2y \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + y = 5, \\ 2y - 10 = -6x \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 2y = 2400, \\ 2x + y = 1500 \end{cases}$

62. Išspręskite lygčių sistemas keitimo arba sudėties būdu:

a) $\begin{cases} 2x - 3y = 7, \\ 3y = 7 + 2x \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x + y = 12, \\ x = 3 - \frac{1}{4}y \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x + 5y = 16, \\ 2x + 2y = 5 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 5y = 4, \\ 3x + 15y = -1 \end{cases}$ e) $\begin{cases} x - 5y = 10, \\ 2x - 10y = 20 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x - y + 2z = 8, \\ 2x + y + z = 13, \\ 4x - 3z = 7 \end{cases}$

Pavyzdžiai. Išspręskite lygčių sistemą:

a) $\begin{cases} x + 3y = 2, \\ 2x + 6y = 5; \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x - y = 3, \\ 2y - 8x = -6. \end{cases}$

Sprendimas.

a) Iš pirmos lygties išreikškime nežinomąjį x: $x = 2 - 3y$.
Įstatę šį reiškinį į antrąją lygtį gauname:

$2(2 - 3y) + 6y = 5, \quad 4 - 6y + 6y = 5, \quad 0y = 1.$

Akivaizdu, kad ši lygtis sprendinių neturi. Vadinasi, ir sistema sprendinių neturi.

b) Iš pirmos lygties išreikškime nežinomąjį y: $y = 4x - 3$. Įstatę šį reiškinį į antrąją lygtį gauname:

$2(4x - 3) - 8x = -6, \quad 0x = 0.$

Pastaroji lygtis turi be galo daug sprendinių, nes x gali būti bet kuris realusis skaičius: $x = t$, $t \in \mathbf{R}$. Tada ir sistema turi be galo daug sprendinių: $x = t$, $y = 4t - 3$, $t \in \mathbf{R}$.

Atsakymas. a) Sprendinių nėra; b) $(t; 4t - 3)$, $t \in \mathbf{R}$.

---

63. Kokia yra tiesinių funkcijų grafikų tarpusavio padėtis:

a) $y = 2x + 3$ ir $y = 2x - 3$ b) $y = -3{,}4x$ ir $y = -3{,}4x + 5$
c) $y = 7{,}2x - 4$ ir $y = 6x - 4$ d) $y = 0{,}8x + 6$ ir $y = -0{,}8x$?

64. Parašykite lygtį tiesės, kuri:
a) eina per tašką (0; 4) ir yra lygiagreti tiesei $y = 3x$;
b) eina per koordinačių pradžią ir yra lygiagreti tiesei $y = -\frac{1}{2}x - 8$.

65. Kiek sprendinių turi tiesinių lygčių sistema? Atsakymą pagrįskite.

a) $\begin{cases} 2x + y = 3, \\ 2x - y = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 12x + 12y = 36, \\ x + y = 3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 8x + 7y = 2, \\ 16x + 14y = 5 \end{cases}$

Nurodymas. Tiesinių lygčių sistemos $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases}$ kurios nei vienas koeficientas nelygus nuliui, sprendinių skaičių galima nustatyti taip:
jei $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$, tai sistema turi vieną sprendinį;
jei $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ — sistema turi be galo daug sprendinių;
jei $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ — sistema sprendinių neturi.

68. Ar duotoji lygčių sistema turi sprendinių? Jei turi, tai kiek?

a) $\begin{cases} 2x + 5y = 17, \\ 4x - 10y = 45 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{x}{5} - \frac{y}{15} = 1, \\ 6x - 2y = 35 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 0{,}2x - 5y = 11, \\ -x + 25y = -55 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x + \frac{1}{3}y = 10, \\ 9x - 2y = 1 \end{cases}$ e) $\begin{cases} \frac{1}{7}x - 1\frac{1}{3}y = 2, \\ 3x - 28y = 1\frac{2}{3} \end{cases}$ f) $\begin{cases} -\frac{5}{6}x + \frac{1}{4}y = -1\frac{1}{4}, \\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{5}y = 1 \end{cases}$

69. Duota lygtis $3x - 2y = 8$. Parinkite antrą tiesinę lygtį su dviem nežinomaisiais taip, kad tų dviejų lygčių sudaryta sistema:
a) turėtų vieną sprendinį; b) turėtų be galo daug sprendinių; c) neturėtų sprendinių.
Tą pačią užduotį atlikite, kai duota lygtis $-5x + 4y = 1$.

70. Su kuria c reikšme lygčių sistema $\begin{cases} 3x - y = 10, \\ 9x - 3y = c \end{cases}$
a) turi be galo daug sprendinių; b) neturi sprendinių?

71. Su kuria c reikšme lygčių sistema $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{5}y = 2, \\ 5x + 2y = c \end{cases}$
a) neturi sprendinių; b) turi be galo daug sprendinių?

72. Kurios iš lygčių yra ekvivalenčios?
A $1 - x = 0$ **B** $x - 1 = 0$ **C** $\frac{x}{2} = 2$ **D** $x + 1 = 0$

73. Kurios iš lygčių nėra ekvivalenčios?
A $x + 2 = 0$ **B** $\frac{x}{2} = 1$ **C** $(x - 2)(x + 2) = 0$ **D** $2x - 3 = 0$

74. Ar ekvivalenčios lygčių sistemos?

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 18, \\ \frac{1}{4}x + \frac{2}{3}y = 3 \end{cases}$ ir $\begin{cases} 3y = 13 - x, \\ 2y - x = 2; \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{5}{2}x + 3y = 7, \\ 5x + 6y = 9 \end{cases}$ ir $\begin{cases} 3x + 4y = 7, \\ \frac{3}{2}x + 2y = 11. \end{cases}$

4. TRIKAMPIŲ PANAŠUMAS

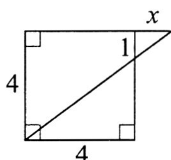
1. Atkarpos AB ir CD yra proporcingos atkarpoms EF ir GH. Raskite:

a) GH, jeigu $AB = 7{,}5$, $CD = 10{,}5$, $EF = 12{,}5$;

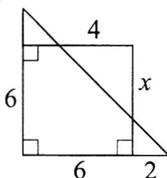
b) EF, jeigu $AB = 9{,}6$, $CD = 14{,}4$, $GH = 1$.

2. Apskaičiuokite x:

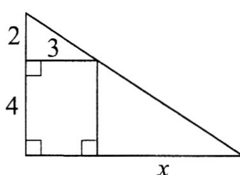
a)



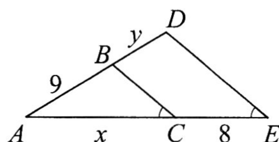
b)



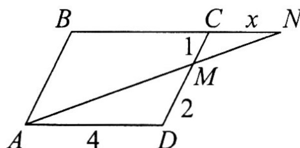
c)



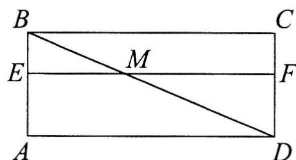
3. Raskite x ir y, jei $BC : DE = 3 : 5$, $AB = 9$, $CE = 8$.



4. Keturkampis $ABCD$ — lygiagretainis. Pagal brėžinio duomenis apskaičiuokite x.

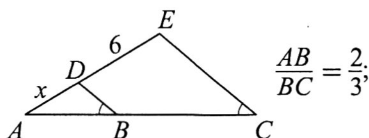


5. $ABCD$ — stačiakampis, $EF \parallel AD$, $AE = 3$, $BE = 2$, $BC = 12$. Apskaičiuokite BM ir MD.



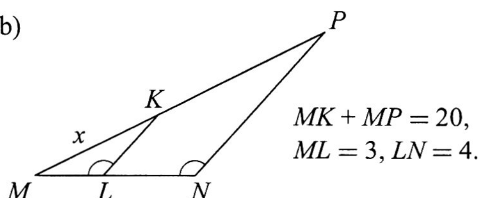
6. Apskaičiuokite x:

a)



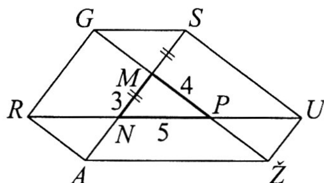
$\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$;

b)

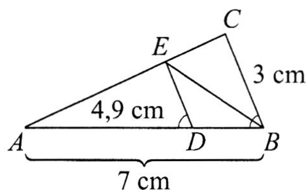


$MK + MP = 20$, $ML = 3$, $LN = 4$.

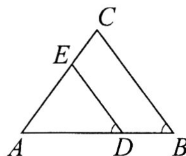
7. $GR \parallel NM \parallel ŽU$, $GS \parallel NP \parallel AŽ$, $MP \parallel RA \parallel SU$. Apskaičiuokite daugiakampio $GRAŽUS$ perimetrą.



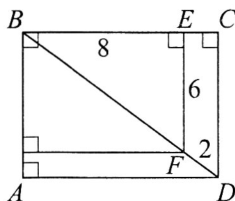
8. Įrodykite, kad trikampis EDB yra lygiašonis.



9. Duota: $AB = 7\,\text{cm}$, $AD = 4{,}9\,\text{cm}$, $BC = 6\,\text{cm}$, $EC = 1{,}8\,\text{cm}$.
Įrodykite, kad trikampis AED yra lygiašonis.



10. $S_{ABCD} = ?$



11*. Duotas trikampis ABC. $AA_1 \perp BC$, $BB_1 \perp AC$, $A_1E \perp AC$, $B_1F \perp BC$. Įrodykite, kad $EF \parallel AB$.

12*. Duotas trikampis ABC. Taškas D kraštinę CB dalija santykiu $1 : 2$. Per tašką D nubrėžta tiesė, lygiagreti kraštinei AC, kraštinę AB kerta taške N, o tiesė, lygiagreti kraštinei AB, kraštinę AC kerta taške M. Įrodykite, kad tiesė MN lygiagreti trikampio pusiaukraštinei CC_1.

13. Trikampio kraštinių ilgiai proporcingi skaičiams 7; 10 ir 16. Trikampio, kurio kraštinės yra duotojo trikampio vidurinės linijos, perimetras lygus 13,2 dm. Raskite duotojo trikampio kraštines.

14. Apskaičiuokite trapecijos vidurinę liniją, jeigu jos perimetras lygus 14,8 dm, o šoninės kraštinės yra 5 dm ir 4,8 dm.

15. Trapecijos vidurinė linija dalija ją į dvi trapecijas, kurių vidurinės linijos yra 11 cm ir 15 cm. Raskite duotosios trapecijos pagrindus.

16. a) Ar gali trapecijos vidurinė linija eiti per įstrižainių susikirtimo tašką?
b) Ar gali trapecijos vidurinės linijos ilgis būti lygus trečdaliui vieno pagrindo ilgio?

17. Trapecijos aukštinė lygi 16 cm, o plotas — $400\,\text{cm}^2$. Raskite trapecijos vidurinę liniją.

18. a) Trapecijos įstrižainė vidurinę liniją dalija santykiu $3 : 5$. Raskite vidurinės linijos ilgį, jeigu mažesniojo pagrindo ilgis lygus 12 cm.
b) Trapecijos įstrižainė vidurinę liniją dalija santykiu $5 : 3$. Raskite vidurinės linijos ilgį, jeigu trapecijos pagrindų ilgių skirtumas lygus 16 cm.

19. Lygiašonės trapecijos šoninė kraštinė lygi 13 cm, aukštinė — 12 cm, o vidurinė linija — 16 cm. Raskite trapecijos pagrindų ilgius.

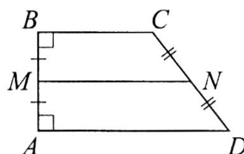
20. Trapecijos įstrižainės kampus prie didesniojo pagrindo dalija pusiau. Apskaičiuokite trapecijos kraštines, jeigu jos perimetras lygus 38 dm, o vidurinė linija — 12,5 dm.

21. Lygiašonės trapecijos $ABCD$ šoninė kraštinė lygi 5 cm, o aukštinė — 4 cm. Įstrižainė AC trapeciją dalija į du trikampius, kurių plotų santykis $S_{ABC} : S_{ACD} = 7 : 13$. Raskite trapecijos vidurinę liniją.

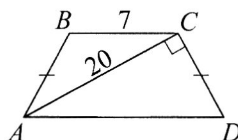
22. Trapecijos $ABCD$ pagrindai yra 6 cm ir 14 cm. Įstrižainės AC ir BD vidurinę liniją kerta taškuose E ir F. Raskite EF.

23. Lygiašonės trapecijos įstrižainių susikirtimo taškas jas dalija santykiu 1 : 3. Apskaičiuokite trapecijos plotą, jeigu jos aukštinė lygi 4 cm, o šoninė kraštinė — 5 cm.

24. Duota: $ABCD$ — stačioji trapecija, $MN = 12$, $AD - BC = 6$, $S_{ABCD} = 96$.
Apskaičiuoti: P_{ABCD}.



25. $ABCD$ — lygiašonė trapecija. Pagal brėžinio duomenis apskaičiuokite trapecijos plotą.



26. Lygiašonės trapecijos aukštinė, išvesta iš bukojo kampo viršūnės, pagrindą dalija į dvi dalis, kurių ilgiai yra 4,5 cm ir 12,6 cm. Raskite trapecijos vidurinę liniją.

27. Trapecijos trumpesnysis pagrindas lygus 4 cm, o įstrižainių susikirtimo taškas nutolęs nuo pagrindų 2 cm ir 3 cm. Raskite ilgesnįjį trapecijos pagrindą.

28. a) Lygiašonės trapecijos įstrižainės statmenos viena kitai. Raskite trapecijos vidurinę liniją, jeigu trapecijos aukštinė lygi 12 cm.
*b) Lygiašonės trapecijos įstrižainės statmenos viena kitai. Trapecijos vidurinė linija lygi a. Raskite trapecijos plotą.

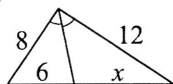
29. Duotąją atkarpą padalykite santykiu:
a) 2 : 5 : 3; b) 3 : 4 : 5 : 2.

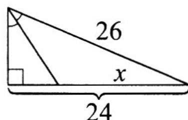
30. a) Trikampyje ABC kraštinė $AC = 18$ cm. Per pusiaukraštinių susikirtimo tašką išvesta tiesė, lygiagreti kraštinei AC ir kertanti kraštines AB ir BC taškuose M ir N. Apskaičiuokite MN ilgį.
b) Trikampyje KLM per pusiaukraštinių susikirtimo tašką išvesta tiesė, lygiagreti kraštinei KM ir kertanti kraštines KL ir LM taškuose A ir B. Raskite kraštinės KM ilgį, jei $AB = 10$ cm.

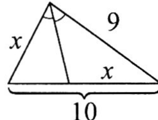
31*. Stačiojo trikampio įžambinės taškas, vienodai nutolęs nuo abiejų statinių, įžambinę dalija į dvi atkarpas, kurių ilgiai yra 30 cm ir 40 cm. Raskite trikampio statinius.

32. Iškilojo keturkampio $ABCD$ kiekviena kraštinė padalyta į 3 lygias dalis. Per gretimų kraštinių dalijimosi taškus, esančius arčiausiai viršūnių, nubrėžtos tiesės, kurios susikirsdamos sudaro keturkampį $KLMN$. Įrodykite, kad keturkampis $KLMN$ yra lygiagretainis.

33. Apskaičiuokite x:

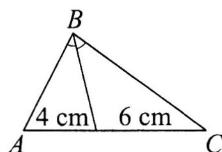
a)


b)


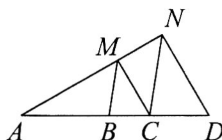
c)


34. AD yra trikampio ABC pusiaukampinė. Raskite trikampio ABC kraštines, jeigu $BD = 4$ dm, $DC = 6$ dm ir:
a) $AB + AC = 15$ dm; b) $AC - AB = 4$ dm.

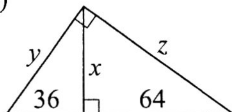
35. $P_{ABC} = 25$ cm. Raskite trikampio kraštines.

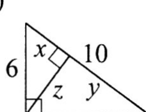


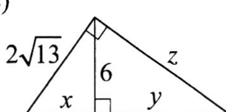
36. Duota: $MB \parallel NC$, $MC \parallel ND$.
Įrodykite, kad $AC^2 = AB \cdot AD$.

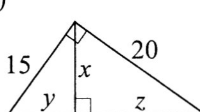


37. Raskite x, y ir z:

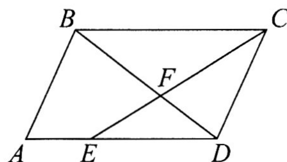
a)


b)


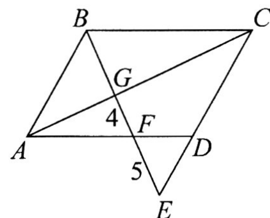
c)


d)


38. Duota: $ABCD$ — lygiagretainis,
$DA : EA = 3 : 1$.
Rasti: $CF : FE$.

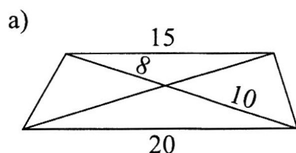


39*. Duota: $ABCD$ — lygiagretainis,
$GF = 4$, $FE = 5$.
Rasti: BG.

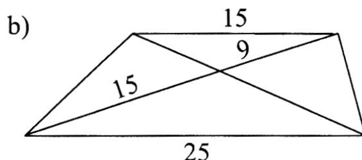


40. Ar pavaizduotas keturkampis yra trapecija?

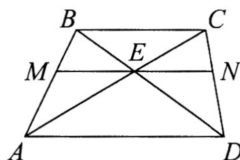
a)



b)



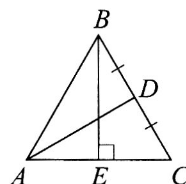
41*. $ABCD$ — trapecija, kurios pagrindų ilgiai yra a ir b. Per trapecijos įstrižainių susikirtimo tašką nubrėžta tiesė lygiagreti trapecijos pagrindams ir kertanti šonines trapecijos kraštines taškuose M ir N. Apskaičiuokite MN ilgį.



42. Stačiajame trikampyje ABC ($\angle C = 90°$) kraštinė $BC = 8$ cm. Trikampio pusiaukraštinės susikerta taške O, ir $OC = \frac{17}{3}$ cm. Raskite trikampio plotą.

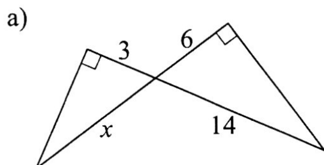
43. Lygiašoniame trikampyje ABC ($AB = BC$) pusiaukraštinės susikerta taške O, $OA = 5$, $OB = 6$. Raskite trikampio ABC plotą.

44. Duota: $AB = BC$, $BD = DC$, $BE \perp AC$,
$\angle DAC = 30°$, $AD = 5{,}4$ dm.
Rasti: BE.

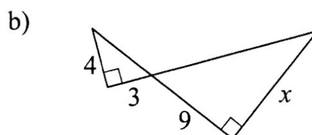


45. Apskaičiuokite x:

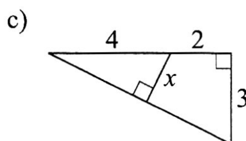
a)



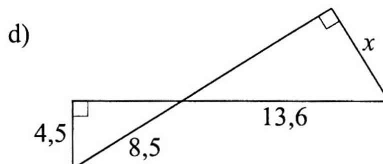
b)



c)

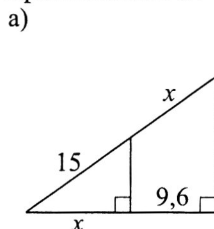


d)

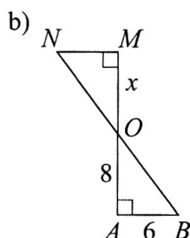


46. Apskaičiuokite x:

a)

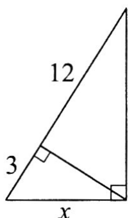


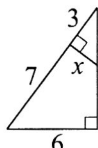
b)

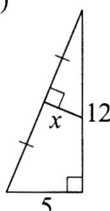


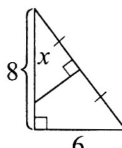
kai: 1) $P_{OMN} = P_{OAB}$;
2) $P_{OMN} = 2P_{OAB}$;
3) $P_{OMN} = \frac{1}{2}P_{OAB}$.

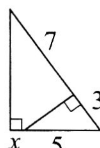
47. Apskaičiuokite x:

a) 

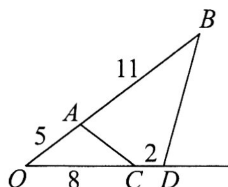
b) 

c) 

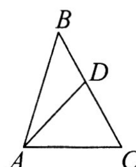
d) 

e) 

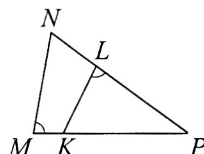
48. Ar trikampiai OAC ir OBD yra panašūs?



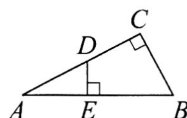
49. Duota: $\angle BAC = \angle ADC$, $AC = 18$, $BC = 24$.
Rasti: DC.



50. Duota: $\angle NMP = \angle KLP$, $MN = 9{,}3$,
$KL = 6{,}2$, $NP = 15{,}3$.
Rasti: KP.



51. a) Įrodykite, kad $\triangle AED \backsim \triangle ACB$.
b) Užrašykite trikampių AED ir ACB atitinkamų kraštinių proporcijas.



52. Trikampio ABC kraštinės $AB = 4\,\text{cm}$, $BC = 5\,\text{cm}$, $AC = 7\,\text{cm}$. Per kraštinės AB tašką M nubrėžta tiesė MN, lygiagreti kraštinei BC. Apskaičiuokite:
a) trikampio AMN perimetrą, kai $MB = 1\,\text{cm}$;
b) trikampių AMN ir ABC perimetrų santykį, kai $AM : MB = 3 : 2$.

53. Duota: $\triangle ABC$, $MN \parallel BC$, $MN : BC = 2 : 3$, $S_{AMN} = 64\,\text{cm}^2$. Rasti: S_{BMNC}.

54. Trikampio kraštinių ilgiai yra 6, 7 ir 11. Apskaičiuokite panašaus į jį trikampio kraštines, jeigu jo perimetras lygus 72.

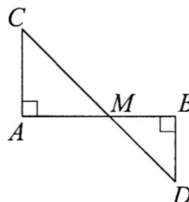
55. Trikampio kampų didumai proporcingi skaičiams 6 : 3 : 1. Įrodykite, kad didžiausio kampo pusiaukampinė atkerta trikampį, panašų į duotąjį.

56*. Trapecijos įstrižainė dalija trapeciją į du panašius trikampius. Raskite šios įstrižainės ilgį, jeigu pagrindų ilgiai yra a ir b.

57. Lygiašoniame trikampyje ABC ($AB = BC$) nubrėžtos aukštinės AM ir BN. Įrodykite, kad $\triangle AMC \backsim \triangle ABN$.

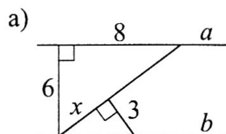
58*. AD, BE ir CF yra smailiojo trikampio ABC aukštinės.
Įrodykite, kad $\frac{AF}{BF} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1$.

59. Duota: $AC = 8$, $BD = 6$, $AB = 14$,
$AC \perp AB$, $BD \perp AB$.
Apskaičiuoti: AM, MB, CM ir MD.

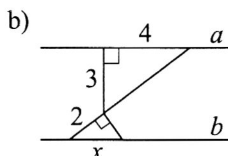


60. Tiesės a ir b yra lygiagrečios. Raskite x:

a)



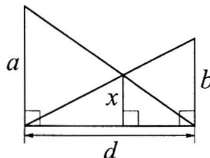
b)



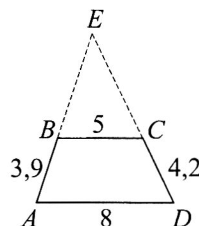
61. a) Trikampio kraštinių ilgiai yra 15, 18 ir 27. Raskite į jį panašaus trikampio kraštinių ilgius, jeigu jo plotas 9 kartus mažesnis už duotojo trikampio plotą.
b) Trikampio kraštinių ilgiai yra 3, 7 ir 8. Raskite į jį panašaus trikampio kraštinių ilgius, jeigu jo plotas 4 kartus didesnis už duotojo trikampio plotą.

62. Taškai E ir F yra lygiagretainio $ABCD$ kraštinių BC ir CD vidurio taškai. Įrodykite, kad atkarpos AE ir AF lygiagretainio įstrižainę BD dalija į 3 lygias dalis.

63*. Įrodykite, kad $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x}$.



64. Trapecijos $ABCD$ kraštinių ilgiai pažymėti brėžinyje. Pratęstos šoninės trapecijos kraštinės susikerta taške E.
a) Apskaičiuokite P_{AED}, P_{BEC} ir raskite jų santykį.
b) Raskite $S_{AED} : S_{BEC}$.



65. a) Apskaičiuokite panašiųjų daugiakampių perimetrus, jeigu jų panašumo koeficientas yra 0,8, o perimetrų skirtumas lygus 35 dm.
b) Apskaičiuokite panašiųjų daugiakampių plotus, jeigu panašumo koeficientas yra $\frac{2}{3}$, o plotų suma lygi 130 dm^2.

66*. Trikampyje ABC taškas B_1 kraštinę AC dalija santykiu $AB_1 : B_1C = 3 : 4$. Tiesė BB_1 kerta trikampio pusiaukraštinę AA_1 taške M. Apskaičiuokite:
a) $AM : MA_1$; b) $BM : MB_1$.

67. Taškas M trikampio ABC pusiaukraštinę BD dalija santykiu $BM : MD = 3 : 1$. Tiesė AM kraštinę BC kerta taške E. Raskite:
a) $BE : EC$; b) $S_{AEC} : S_{ABC}$; *c) $S_{MECD} : S_{ABC}$; *d) $AM : ME$.

68*. Taškas B_1 trikampio ABC kraštinę AC dalija santykiu $AB_1 : B_1C = 1 : 2$, o taškas M atkarpą BB_1 dalija santykiu: 1) $BM : MB_1 = 3 : 2$; 2) $BM : MB_1 = 2 : 3$. Tiesė AM trikampio kraštinę kerta taške A_1. Raskite:
a) $BA_1 : A_1C$; b) $S_{MA_1CB_1} : S_{ABC}$; c) $AM : MA_1$.

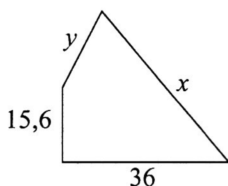
69. Trikampio kraštinės yra 3, 4 ir 5. Ar egzistuoja trikampis, panašus į duotąjį, kurio dvi kraštinės yra: a) 2 ir 2,5; b) 4 ir 6?
Jeigu trikampis egzistuoja, tai raskite trečiąją jo kraštinę.

70*. $ABCD$ — trapecija. $MN \parallel BC \parallel AD$. $BC = 3\,\text{cm}$, $AD = 13\,\text{cm}$, $AB = 6\,\text{cm}$, $CD = 8\,\text{cm}$, $P_{MBCN} = P_{AMND}$. Raskite $CN : ND$.

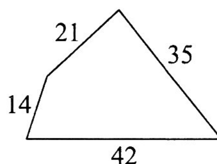
71*. Atkarpos MN galai yra trapecijos $ABCD$ šoninėse kraštinėse. Atkarpa MN yra lygiagreti trapecijos pagrindams. Raskite MN ilgį, jeigu $AD = a$, $BC = b$, o trapecija $MBCN$ panaši į trapeciją $AMND$.

72. Raskite nežinomas daugiakampių kraštines, jei didieji ir mažieji daugiakampiai yra panašūs.

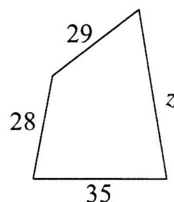
a)

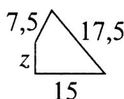


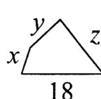
b)

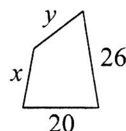


c)









73. Nubraižykite bet kokį iškiląjį keturkampį. Pasirinkite jo viduje tašką ir nubraižykite į jį panašų keturkampį, kai panašumo koeficientas yra: a) 2; b) $\frac{1}{2}$.

74. Nubraižykite bet kokį keturkampį ir pasirinkę šalia jo tašką nubraižykite į jį panašų keturkampį, kai panašumo koeficientas yra: a) 2; b) $\frac{1}{2}$.

75*. Trikampis ABC — lygiašonis ($AB = BC$), AE — kampo A pusiaukampinė. Įrodykite, kad jeigu $\triangle ABC$ panašus į $\triangle CAE$, tai $\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CE} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. (Du trikampiai ABC ir CAE, kuriems galioja ši proporcija, vadinami „auksiniais“, o skaičius $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ — aukso pjūviu.)

5. KVADRATINIŲ LYGČIŲ SPRENDIMAS

1. Raskite nepilnųjų kvadratinių lygčių sprendinius:

a) $x^2 = 25$ b) $x^2 = 8x$ c) $3x^2 - 6x = 0$

d) $4x^2 - 9 = 0$ e) $80 + y^2 = 81$ f) $x^2 - 0{,}01 = 0{,}03$

g) $\frac{1}{2}x^2 = 32$ h) $\frac{1}{4}a^2 - 10 = 0$ *i) $\frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{3}x = 0$

*j) $6x^2 = \frac{2x}{5}$ *k) $\frac{4x^2}{7} = 6x$ *l) $\frac{x^2 - 3}{3} = 1770$

2. Išspręskite lygtis:

a) $x^2 = 0$ b) $-7x^2 = 0$ c) $(x-4)^2 = 0$

d) $(4-3x)^2 = 0$ e) $(x-3)^2 = 25$ f) $(x+4)^2 = 9$

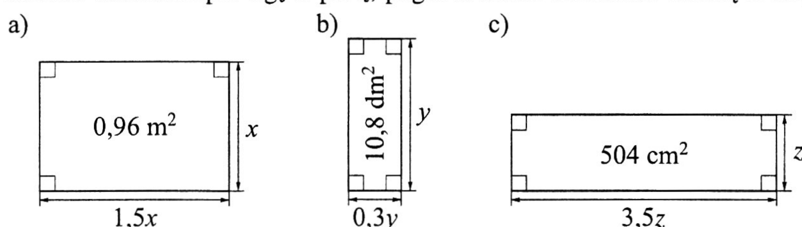
g) $x^2 + 4 = 0$ h) $-0{,}1x^2 = 10$ i) $(x-1)^2 + 1 = 0$

3. Raskite teigiamą skaičių, kuris už savo kvadratą:

a) mažesnis 5 kartus b) didesnis 5 kartus

c) mažesnis 3 kartus d) didesnis 3 kartus

4. Raskite stačiakampio ilgį ir plotį, pagal brėžinio duomenis sudarę ir išsprendę lygtį:



5. a) Stačiojo trikampio įžambinė lygi 13, o statinis — 5. Raskite trikampio plotą.

b) Stačiojo trikampio vienas statinis lygus 2, o kitas — 3. Raskite trikampio perimetrą.

c) Stačiojo trikampio statiniai sutinka kaip 8 : 15, o įžambinė lygi 6,8 cm. Raskite trikampio perimetrą ir plotą.

6. Skritulio plotas yra $36\,\mathrm{dm}^2$. Kvadrato plotas didesnis už skritulio plotą $12\,\mathrm{dm}^2$. Raskite kvadrato kraštinę.

7. Išspręskite lygtis, nubraižę funkcijos $f(x) = x^2$ grafiką:

a) $x^2 = 0$; b) $x^2 = 9$; c) $x^2 = 16$; d) $x^2 = -2$; e) $x^2 - 6 = 0$; f) $x^2 + 3 = 0$.

8. a) Grafiškai išspręskite lygtį $x^2 = x$ nusibraižę funkcijų $f(x) = x^2$ ir $g(x) = x$ grafikus.

b) Analogiškai išspręskite lygtį $x^2 + 3x = 0$.

9*. Išspręskite lygtis:

a) $(8x-1)(2x-3) - (4x-1)^2 = 38$;

b) $(6-x)(x+6) - (x-11)x = 36$;

c) $(x-7)(x+3) - (x-1)(x+5) = 104$;

*d) $5(1-x)^2 - 5(1+x)^2 = (1-5x)^2 - (1+5x)^2 + 4$.

10*. Su kuriomis kintamųjų reikšmėmis reiškiniai yra lygūs:

a) $(x-1)(3x-1)$ ir $(x-2)^2$
b) $(2-x)^2$ ir $(x+1)(x-1)$
c) $(x+1)(x-3)$ ir $(x+1)^2$
d) $2(1+y)^2$ ir $(2y-3)(y+1)$
e) $(3-y)^2$ ir $(3y+1)(y-3)$
f) $2(y-2)^2$ ir $(2y-4)(y-4)$?

11. Išspręskite lygtis grafiškai:

a) $x^2 = 2x + 8$
b) $x^2 - x = 2$
c) $x^2 = 3 + 2x$
d) $x^2 = -2x + 8$
*e) $x^2 - \frac{1}{2}x - 3 = 0$
*f) $x^2 + \frac{1}{2}x - 3 = 0$

12. Išspręskite lygtis, išskirdami dvinario kvadratą:

a) $x^2 + 4x + 16 = 0$
b) $x^2 + 2x + 9 = 0$
c) $x^2 + 4x - 21 = 0$
d) $x^2 + 10x + 50 = 0$
e) $x^2 - 12x + 36 = 0$
f) $x^2 - 14x + 49 = 0$
g) $x^2 - 4x + 3 = 0$
h) $x^2 + 3x + 4 = 0$
i) $x^2 - 2x - 8 = 0$
j) $x^2 + 2x - 3 = 0$
*k) $x^2 - 25x + 144 = 0$
*l) $x^2 + 7x + 10 = 0$

13. Persibraižykite ir užpildykite lentelę:

Kvadratinė lygtis	Koeficientai			Diskriminantas	Sprendinių skaičius	Sprendiniai	
	a	b	c			x_1	x_2
$4x^2 + x - 5 = 0$	4	1	−5	81	2	$-1\frac{1}{4}$	1
$-4x^2 + 4x + 3 = 0$							
$x^2 + 10x + 9 = 0$							
$-x^2 + 3x - 10 = 0$							
$2x^2 - 11x + 16 = 0$							
$3x^2 - 5x = -8$							
$x^2 = -2x - 1$							
$1 - 18x + 81x^2 = 0$							
$-12x = -36x^2 - 1$							
$5x^2 + 0{,}4x = 17{,}29$							

14. Apskaičiuokite kvadratinės lygties diskriminantą ir nurodykite jos sprendinių skaičių:

a) $x^2 - 7x + 6 = 0$
b) $x^2 + x - 6 = 0$
c) $5x^2 + 4x + 7 = 0$
d) $x^2 + 12x + 36 = 0$
e) $x^2 - 25x + 100 = 0$
f) $x^2 + 6x + 9 = 0$
g) $x^2 + 3 - 4x = 0$
h) $x^2 + 6 - 5x = 0$

15. Išspręskite lygtis:

a) $x^2 + 8x + 16 = 0$
b) $x^2 + 3x - 10 = 0$
c) $x^2 - 56 = -x$
d) $x^2 + 14 = 9x$
e) $x^2 - 6x = 0$
f) $x^2 + 11x = 0$
g) $-7x^2 - 81x = 44$
h) $\frac{x^2}{4} + \frac{x}{3} - 11 = 0$
*i) $3(10 - x)(2x - 15) = x$
*j) $(x + 1)^2 + (x - 1)^2 = 7x + 4$
*k) $(5x + 3)^2 = (3x + 5)^2$
*l) $(2x + 10)^2 = 4(x + 5)^2$

16. Raskite lygties sprendinius:

a) $3x^2 - 6x - 9 = 0$
b) $18x^2 - 6x - 4 = 0$
c) $-30x^2 + 14x + 44 = 0$
d) $x^2 + 6x = 13$
*e) $(2x + 7)^2 = 169$
*f) $(9x - 4)^2 = (7x - 2)^2$
*g) $(3x + 10)^2 = 3(x + 10)$
*h) $(3x - 8)^2 = x(3x - 8)$

17. Apskaičiuokite lygčių sprendinius 0,01 tikslumu:

a) $2x^2 + 15x + 5 = 0$; b) $3x^2 + 14x + 4 = 0$; c) $6x^2 - 10x - 1 = 0$.

18*. Kokia turi būti k reikšmė, kad kvadratinė lygtis:

a) $kx^2 - 7x + 6 = 0$ turėtų sprendinį, lygų 2;
b) $3x^2 + kx - 8 = 0$ turėtų sprendinį, lygų $1\frac{1}{3}$;
c) $2x^2 + kx + 68 = 0$ turėtų sprendinį, lygų 17;
d) $3x^2 + kx - 54 = 0$ turėtų sprendinį, lygų 9?

19*. Raskite skaičių b ir antrą lygties sprendinį, jei:

a) $x^2 - 5x + b = 0$ ir $x_1 = 5$; b) $x^2 + bx - 15 = 0$ ir $x_1 = 3$.

20. Pagrindinės mokyklos aktų salėje buvo 160 vietų. Po rekonstrukcijos kiekvienoje eilėje padaugėjo 1 vieta, o eilių skaičius padidėjo dviem. Kiek eilių buvo salėje prieš rekonstrukciją, jei vietų skaičius padidėjo 38?

21. Dėžutės dugnas — stačiakampis, kurio plotis du kartus mažesnis už jo ilgį. Dėžutės aukštis yra 0,5 m, o dugno plotas 1,08 m^2 mažesnis už šoninių sienelių plotą. Koks dėžutės tūris?

22. Plakate išspausdinta nuotrauka, kurios plotas yra 345 cm^2. Nuotraukos plotis 8 cm mažesnis už ilgį. Kokie nuotraukos matmenys?

23. a) Dviejų natūraliųjų skaičių sandauga lygi 60. Vienas jų 7 vienetais didesnis už kitą. Raskite šiuos skaičius.

b) Skaičių 342 išreikškite sandauga dviejų skaičių, kurių pirmasis 29 vienetais didesnis už antrąjį.

c) Dviejų vienas po kito einančių natūraliųjų skaičių sandauga 1,5 karto didesnė už mažesniojo skaičiaus kvadratą. Raskite šiuos skaičius.

24*. Mokinys daugino du teigiamuosius skaičius, kurių vienas 195 didesnis už kitą. Daugindamas jis apsiriko, — sumažino sandaugoje šimtų skaitmenį 3. Tuomet, padalijęs gautąją sandaugą iš mažesnio daugiklio, mokinys gavo dalmenį 430 ir liekaną 174. Kuriuos skaičius daugino mokinys?

25*. Sudarykite tekstą uždavinio, kurį galima būtų išspręsti sudarius lygtį $x(25-x)=150$.

26. a) Kvadrato formos gėlyną, esantį prie mokyklos, buvo numatyta pertvarkyti. Dvi priešingas kvadrato kraštines padidinus po 4 m, gautas stačiakampis, kurio plotas 96 m^2. Kokia buvo kvadrato kraštinė?
b) Prie pelkės esančio stačiakampio žemės sklypo ilgis 70 m didesnis už plotį. Atlikus melioracijos darbus, sklypo ilgis ir plotis padidėjo po 20 m, o plotas padvigubėjo. Keliais arais padidėjo žemės sklypas?

27. Nuo kvadratinio skardos lakšto buvo nupjauta 5 dm pločio juosta. Likusios lakšto dalies plotas yra 6 dm^2. Raskite:
a) kokio ilgio lakšto kraštinė buvo iš pradžių;
b) koks lakšto plotas buvo iš pradžių;
c) kokio ploto nupjautas lakštas.

28. a) Vienas stačiojo trikampio statinis 5 cm trumpesnis už kitą, o plotas lygus 7 cm^2. Raskite ilgesnįjį trikampio statinį.
b) Stačiojo trikampio įžambinė lygi 15 cm, o perimetras — 36 cm. Raskite trikampio statinius.
c) Stačiojo trikampio vienas statinis 6 cm ilgesnis už kitą. Jei pirmąjį statinį pailgintume dvigubai, o antrąjį — 2 cm, tai trikampio plotas padidėtų 264 cm^2. Raskite trikampio kraštinių ilgius.

29. a) Stačiakampio viena kraštinė 2 cm ilgesnė už kitą, o plotas lygus 8 cm^2. Raskite stačiakampio kraštines.
b) Stačiakampio plotis 7 cm trumpesnis už ilgį, o plotas lygus 144 cm^2. Raskite stačiakampio perimetrą.
c) Stačiakampis, kurio kraštinės yra 8 cm ir 34 cm, padalytas į du panašius nelygius stačiakampius. Raskite jų plotus.

30. Iš anksto pasakyta, kad kvadratinė lygtis turi du sprendinius. Tuo remdamiesi ir nespręsdami lygties, nustatykite sprendinių ženklus:
a) $x^2-x+\frac{1}{4}=0$; b) $2x^2+9x=5$; c) $x^2+4+5x=0$; d) $10x=x^2+25$.

31. Su kuriomis parametro b reikšmėmis lygtis $x^2-6x+b=0$ turi du sprendinius, kurių vienas didesnis už kitą:
a) dvigubai; b) trigubai; c) keturgubai.

Pavyzdys. *Sprendimas.* a) Tarkime, kad x_1 ir x_2 yra duotosios lygties sprendiniai. Remiantis Vijeto teorema $x_1\cdot x_2=b$, $x_1+x_2=6$. Pagal sąlygą $x_1=2x_2$. Iš pastarosios lygybės $2x_2+x_2=6$, $x_2=2$. Tada $x_1=4$, $b=4\cdot 2=8$.
Atsakymas. $b=8$.

---

32. Remdamiesi Vijeto teorema raskite p, jeigu žinoma, kad lygties:
a) $x^2+px-24=0$ vienas sprendinys lygus -6;
b) $x^2+15x+p=0$ vienas sprendinys lygus 3;
c) $x^2+px+15=0$ vienas sprendinys lygus -5;
d) $x^2+11x+p=0$ vienas sprendinys lygus 5.

33. Nespręsdami lygties suraskite jos sprendinių sumą ir sandaugą:
a) $2x^2 - x = 0$; b) $2x^2 - 9 = 0$.

34. Pagal Vijeto teoremą sudarykite kvadratinę lygtį, jei lygties sprendiniai yra:
a) 0 ir 5; b) 3 ir 2; c) 4 ir 4; d) -6 ir -5; *e) $-0{,}24$ ir 2,2; *f) $-1\frac{3}{4}$ ir $\frac{2}{3}$.

35. a) Kurie iš skaičių: $-3\frac{1}{3}$; -3; $-1\frac{2}{3}$; 0; $\frac{1}{2}$; 1; 3 yra kvadratinio trinario $9x^2+30x+25$ šaknys?
b) Kuri iš porų $2-\sqrt{5}$ ir $2+\sqrt{5}$; $\sqrt{5}-3$ ir $\sqrt{5}+3$; 2 ir 5 yra kvadratinio trinario x^2-4x-1 šaknys?

36. Su kuriomis x reikšmėmis:
a) trinaris $x^2 - 11x + 31$ įgyja reikšmę, lygią 1;
b) dvinariai $x^2 - 6x$ ir $5x - 18$ įgyja lygias reikšmes;
c) trinariai $3x^2 - 4x + 3$ ir $x^2 + x + 1$ įgyja lygias reikšmes?

37. Išskaidykite kvadratinius trinarius dauginamaisiais:

a) $x^2 + 25x + 114$	b) $a^2 - 29a + 198$	c) $m^2 - m - 12$
d) $5x^2 + 17x - 126$	e) $3a^2 + 2a - 1$	f) $2m^2 - m - 3$
*g) $(z-8)^2 - 9z^2$	*h) $4b^2 - (b-6)^2$	i) $3x^2 - 11x - 4$

38. Išspręskite lygtis:

a) $x^4 - 4x^2 - 5 = 0$	b) $x^4 + 2x^2 - 8 = 0$	c) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$
d) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$	e) $k^4 - 18k^2 + 81 = 0$	f) $x^4 + 6x^2 - 7 = 0$
g) $v^4 + 4v^2 - 21 = 0$	h) $2t^4 - 5t^2 + 3 = 0$	i) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$
j) $2x^4 - 9x^2 + 4 = 0$	k) $9x^4 - 9x^2 + 2 = 0$	l) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$

39. Išspręskite lygtis pakeisdami kintamąjį:

a) $(3x+1)^2 + 6(3x+1) - 7 = 0$	b) $(2x-1)^2 + 5(2x-1) - 6 = 0$
c) $2(2x+3)^2 + 3(2x+3) = -1$	d) $3(3x-5)^2 + 7(3x-5) = -2$
e) $(x^2+5x)^2 - 2(x^2+5x) = 24$	f) $(x^2+2x)^2 - 14(x^2+2x) = 15$
g) $(2x^2+3x)^2 - 7(2x^2+3x) = -10$	h) $(x^2-2x)^2 - 2(x^2-2x) = 3$

Pavyzdys. Išspręskite lygtį $(5x^2-9x)^2+5(5x^2-9x) = 14$ pakeisdami kintamąjį.
Sprendimas. Tegul $5x^2 - 9x = y$. Tuomet
$y^2 + 5y = 14$, $y^2 + 5y - 14 = 0$; $y_1 = -7$, $y_2 = 2$. Tada
$5x^2 - 9x = -7$, $5x^2 - 9x + 7 = 0$; $D < 0$, lygtis sprendinių neturi.
$5x^2 - 9x = 2$, $5x^2 - 9x - 2 = 0$; $x_1 = -\frac{1}{5}$, $x_2 = 2$.

Atsakymas. $-\frac{1}{5}$; 2.

---

6. APSKRITIMAS. SKRITULYS

1. a) Parašykite lygtį apskritimo, kurio centras yra taške $O(0; 0)$ ir kuris eina per tašką $A(6; -8)$.
b) Parašykite lygtį apskritimo, kurio centras yra taške $C(3; -2)$ ir kuris eina per tašką $A(-1; 1)$.

2. Ar atkarpa AB yra apskritimo skersmuo, jei apskritimo lygtis yra:
a) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 16$ ir $A(-1; 6)$, $B(-1; -2)$;
b) $(x+3)^2 + y^2 = 9$ ir $A(-1; \sqrt{5})$, $B(-5; -\sqrt{5})$;
c) $(x+1)^2 + y^2 = 25$ ir $A(-1; 5)$, $B(4; 0)$?

3*. Įrodykite, kad:
a) lygios apskritimo stygos yra vienodai nutolusios nuo centro;
b) jeigu stygos vienodai nutolusios nuo centro, tai jos yra lygios.

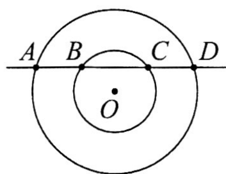
4*. Styga apskritimą dalija į du lankus, kurių didumai sutinka kaip $5 : 13$. Apskaičiuokite kiekvieno lanko didumą laipsniais.

5*. Per apskritimo tašką A nubrėžtos dvi viena kitai statmenos stygos AB ir AC. Atkarpos, jungiančios stygų vidurio taškus, ilgis yra 12,5 cm. Raskite apskritimo spindulį.

6*. Įrodykite, kad dvi lygiagrečios stygos, išvestos iš apskritimo skersmens galų, yra lygios.

7*. a) Įrodykite, kad jeigu apskritimas kampo kraštinėse atkerta lygias atkarpas, tai apskritimo centras yra kampo pusiaukampinėje.
b) Įrodykite, kad jeigu apskritimas kerta kampo kraštines, o jo centras yra to kampo pusiaukampinėje, tai apskritimo atkirstos kampo kraštinėse atkarpos yra lygios.

8*. Duoti du koncentriniai apskritimai.
Įrodykite: a) $AB = CD$; b) $AC = BD$.

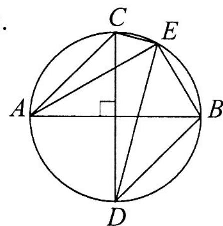


9*. AB ir CD yra apskritimo du skersmenys.
Įrodykite, kad: 1) $AC = BD$; 2) $AC \parallel BD$.

10. Duota tiesė l ir šalia jos du taškai A ir B.
1) Liniuote ir skriestuvu nubrėžkite apskritimą, kuris eitų per taškus A ir B, o centras būtų tiesėje l.
2) Kaip turi būti išsidėstę taškai A ir B, kad apskritimo, kurio centras būtų tiesėje l ir kuris eitų per taškus A ir B, nubraižyti nebūtų galima?

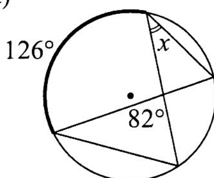
11*. Nubraižytas apskritimas, kurio centras O. Per šalia jo esantį tašką A nubrėžta tiesė liečianti apskritimą taške B. Raskite trikampio AOB plotą, jeigu apskritimo lygtis yra:
a) $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 6^2$, o taško A koordinatės $(5; -4)$;
b) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = (\sqrt{20})^2$, o taško A koordinatės $(5; 5)$;
c) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = (\sqrt{5})^2$, o taško A koordinatės $(2; 4)$.

12. AB ir CD – vienas kitam statmeni apskritimo skersmenys. Apskaičiuokite kampus: ACD, AED, CDB, CEB.

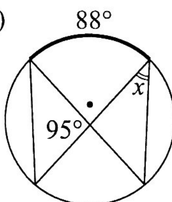


13. Pagal brėžinio duomenis apskaičiuokite kampą x:

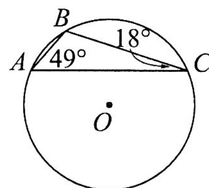
a)



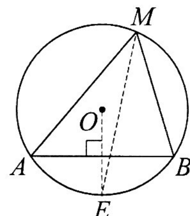
b)



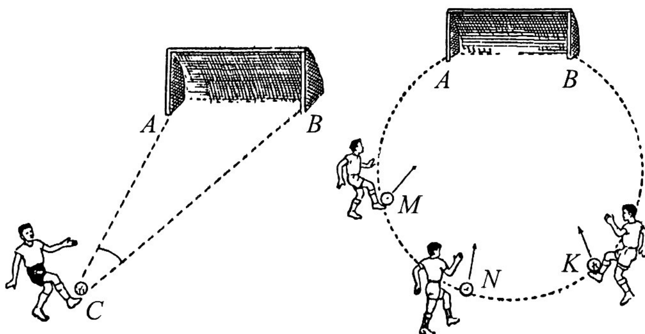
14. Apskaičiuokite kampus AOB, BOC ir AOC.



15. Iš apskritimo centro O nubrėžtas spindulys OE, statmenas stygai AB. Laisvai pasirinktas apskritimo taškas M sujungtas su stygos AB galais. Palyginkite kampus AME ir EMB.

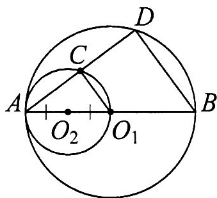


16. Kuo didesnis kampas ACB, tuo lengviau pataikyti į vartus. Palyginkite futbolininkų M, N ir K galimybes.



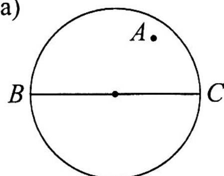
17. Nubrėžtas apskritimas, kurio centras nežinomas. Tik su kampainiu raskite šio apskritimo centrą.

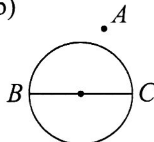
18*. Įrodykite, kad $O_1C \parallel BD$.



19. Nubraižykite smailųjį trikampį ABC ir nubrėžkite apskritimą, kurio skersmuo būtų AB. Apskritimo ir trikampio kraštinių AC ir BC susikirtimo taškus pažymėkite E ir F.
a) Apskaičiuokite $\angle AFB$ ir $\angle BEA$.
b) Kaip su skriestuvu ir liniuote nubrėžti smailiojo trikampio aukštines?

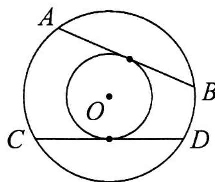
20. Iš taško A tik su liniuote nubrėžkite statmenį skersmeniui BC.

a) 

b) 

21. Duota tiesė ir šalia jos taškas. Skriestuvu ir liniuote per duotąjį tašką nubrėžkite statmenį duotajai tiesei.

22*. Didesniojo apskritimo stygos AB ir CD liečia mažesnįjį koncentrinį apskritimą. Įrodykite, kad $AB = CD$.



23. Iš taško, nutolusio 24 cm atstumu nuo apskritimo centro, nubrėžtos dvi liestinės. Kampas tarp tų liestinių lygus 60°. Raskite:
a) apskritimo spindulį; b) atstumą tarp lietimosi taškų.

24. Apskritimo centras O. Per apskritimo tašką A nubrėžta liestinė AM ir styga AB. Raskite $\angle BAM$, jei:

a) $\angle AOB = 20°$; b) $AO \perp OB$; c) $\angle AOB = 160°$; d) $AB = OB$; e) $\angle ABO = \alpha$.

25*. Iš apskritimo taško A išvestos dvi viena kitai statmenos stygos AB ir AC. Įrodykite, kad apskritimo liestinės, einančios per taškus B ir C, yra lygiagrečios.

<u>26.</u> Apskritimo stygos AB ir CD kertasi taške M, $AM = 8$ cm, $DM = 10$ cm. Raskite stygų ilgius, jeigu:

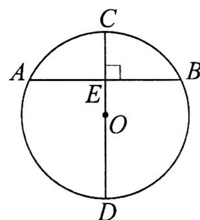
a) $CM + MB = 9$ cm; b) $MB - CM = 1$ cm.

<u>27.</u> a) Apskritimo spindulys yra 11 cm. Per tašką P, nutolusį nuo apskritimo centro 7 cm, nubrėžta 18 cm ilgio styga. Į kokio ilgio atkarpas taškas P dalija šią stygą?
b) Skritulio, kurio spindulys lygus 15 cm, viduje pažymėtas taškas M, nuo centro nutolęs 13 cm. Per tą tašką nubrėžta 18 cm styga. Raskite, į kokias dalis taškas M dalija šią stygą.

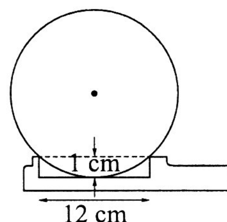
<u>28.</u> Apskritimo styga, kurios ilgis yra 8 cm, kerta kitą stygą ir dalija ją į 3 cm ir 4 cm ilgio atkarpas. Į kokias dalis sankirtos taškas dalija pirmąją stygą?

<u>29.</u> Apskritimo styga, statmena skersmeniui, dalija jį į dvi 12 cm ir 3 cm ilgio dalis. Apskaičiuokite tos stygos ilgį.

30. a) $CE = h$, $AB = l$. Įrodykite, kad apskritimo skersmens ilgį d galima apskaičiuoti pagal formulę: $d = h + \frac{l^2}{4h}$.



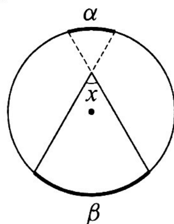
b) Taikydami punkto a) formulę, pagal brėžinio duomenis apskaičiuokite skritulio skersmenį.



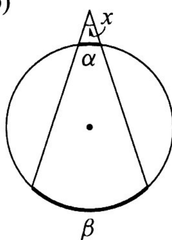
31. AB ir CD yra du apskritimo skersmenys. Per taškus A, B, C ir D nubrėžtos liestinės, kurios susikerta taškuose K, L, M ir N. Įrodykite, kad keturkampis $KLMN$ yra rombas.

32*. Apskaičiuokite kampą x, jei žinomi lankai α ir β:

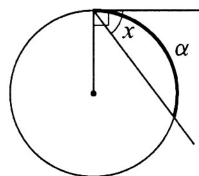
a)



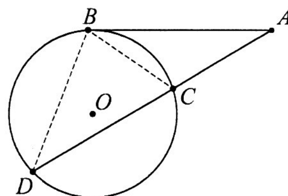
b)



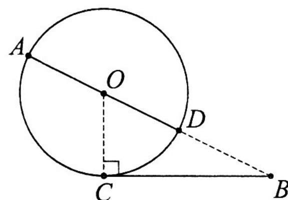
c)



33*. AB — apskritimo liestinė, AD — kirstinė. Įrodykite, kad $AB^2 = AD \cdot AC$.



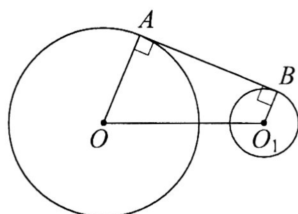
34. Duota atkarpa BC. Iš taško C nubrėžtas statmuo $OC = \frac{1}{2}BC$. Iš taško O spinduliu OC nubrėžtas apskritimas. Tiesė OB kerta apskritimą taškuose A ir D; be to, $BD < BA$. Įrodykite, kad taškas D atkarpą AB dalija aukso pjūviu.



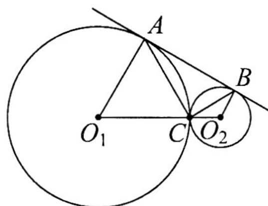
35. Apskritimui nubrėžta liestinė ir skersmuo, kurio galai nuo liestinės nutolę:
a) 8 cm ir 14 cm atstumu; b) 18 cm ir 20 cm atstumu.
Raskite apskritimo spindulį.

36. Dviejų koncentrinių apskritimų spinduliai yra 16 cm ir 22 cm. Didžiojo apskritimo styga liečia mažąjį apskritimą.
a) Apskaičiuokite stygos ilgį.
b) Palyginkite tarp apskritimų esančio žiedo plotą su plotu skritulio, kurio skesmuo lygus minėtai stygai.

37. Dviejų apskritimų centrai yra O ir O_1, o spinduliai — 11 cm ir 3 cm. Bendra liestinė juos liečia taškuose A ir B. Apskaičiuokite atstumą tarp apskritimų centrų, jei $AB = 15$ cm.



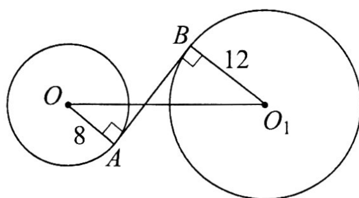
38. Apskritimo centras yra O_1 ir spindulys lygus 6 cm. Jis taške C liečia kitą apskritimą, kurio centras yra O_2, o spindulys — 2 cm. AB — bendros apskritimų liestinės atkarpa. Apskaičiuokite: a) AB; b) $\angle ACB$.



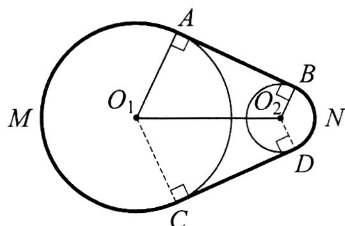
39. Apskritimai, kurių spinduliai yra 18 cm ir 8 cm, liečiasi. Bendra liestinė juos liečia taškuose A ir B. Apskaičiuokite AB ilgį.

40. Du apskritimai, kurių centrai yra O_1 ir O_2, o spinduliai — R_1 ir R_2, liečiasi iš išorės. Atstumas tarp apskritimų centrų lygus 15 cm. Per lietimosi tašką nubrėžta liestinė ir nuo lietimosi taško 8 cm atstumu pažymėtas taškas A. Raskite taško A atstumus iki apskritimų centrų, jeigu $R_1 : R_2 = 2 : 3$.

41. Atstumas OO_1 tarp dviejų apskritimų centrų lygus 25 cm, o apskritimų spinduliai yra 8 cm ir 12 cm. Apskaičiuokite jų bendros liestinės atkarpos AB ilgį.



42*. Duota: $O_1O_2 = 18$ cm, $R_1 = 12$ cm, $R_2 = 3$ cm. Raskite diržo $ABNDCM$ ilgį.

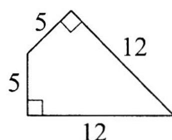


43. Į apskritimą įbrėžtas stačiakampis, kurio kraštinės yra 15 cm ir 20 cm. Apskaičiuokite apskritimo spindulį.

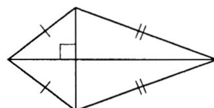
44*. Į apskritimą įbrėžtas stačiakampis, kurio kampas tarp įstrižainių lygus 60°. Raskite apskritimo spindulį, jei trumpesnioji stačiakampio kraštinė lygi a.

45. Įrodykite, kad stačiojo trikampio pusiaukraštinė, nubrėžta iš stačiojo kampo viršūnės, lygi pusei įžambinės.

46. Keturkampio matmenys parodyti brėžinyje. Įrodykite, kad apie jį galima apibrėžti apskritimą. Apskaičiuokite: a) apskritimo spindulį; b) keturkampio plotą.



47. Kodėl į deltoidą galima įbrėžti apskritimą, o apie jį apibrėžti apskritimo negalima?



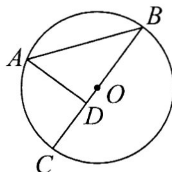
48. a) Trikampio ABC kraštinės $AB = 5$ cm, $BC = 6$ cm ir $AC = 7$ cm. Į jį įbrėžtas apskritimas trikampio kraštinę AB liečia taške C_1, kraštinę BC — taške A_1, o kraštinę AC — taške B_1. Apskaičiuokite AB_1, BC_1, CA_1.

b) Į trikampį ABC įbrėžtas apskritimas, liečiantis trikampio kraštines AB, BC ir CA taškuose C_1, A_1 ir B_1. Raskite trikampio perimetrą, kai $AB_1 = 5$ cm, $CA_1 = 7$ cm, $BC_1 = 6$ cm.

49. a) Apskritimo centrinis kampas AOB lygus 120°. Per taškus A ir B išvestos liestinės susikerta taške C. Per taškus O ir C nubrėžta tiesė kerta apskritimą taškuose E ir D. Apskaičiuokite iškilojo keturkampio $ACBD$ kampus.

b) Per apskritimo, kurio centras O, taškus A ir B nubrėžtos dvi liestinės, kurios susikerta taške C, $\angle ACB = 120°$. Per taškus C ir O nubrėžta tiesė kerta apskritimą taškuose E ir D. Apskaičiuokite iškilojo keturkampio $ACBD$ kampus.

50. Įrodykite, kad styga, jungianti bet kurį apskritimo tašką su skersmens galu, yra geometrinis vidurkis tarp skersmens ir stygos projekcijos į skersmenį, t. y. $AB^2 = BC \cdot BD$.



51. a) Į apskritimą įbrėžto keturkampio vienos poros priešingų kampų didumai sutinka kaip 1 : 5, o kitos poros — kaip 2 : 7. Apskaičiuokite keturkampio kampus.

b) Apskaičiuokite įbrėžto į apskritimą keturkampio kampus, jeigu du iš jų lygūs 160° ir 25°.

52. a) Apie apskritimą apibrėžta lygiašonė trapecija, kurios šoninė kraštinė lygi 8 cm. Apskaičiuokite trapecijos vidurinę liniją.

b) Apie apskritimą apibrėžtos trapecijos perimetras lygus 46 cm. Raskite vidurinės linijos ilgį.

53. Apie apskritimą, kurio spindulys lygus 2 dm, apibrėžta lygiašonė trapecija. Apskaičiuokite trapecijos plotą, jeigu jos šoninė kraštinė lygi 6 dm.

54. Apie apskritimą, kurio spindulys lygus 12 cm, apibrėžta lygiašonė trapecija, kurios perimetras lygus 104 cm. Raskite trapecijos pagrindus.

55. a) Apie apskritimą apibrėžta lygiašonė trapecija, kurios pagrindai yra 8 cm ir 18 cm. Raskite apskritimo spindulį.
b) Apie apskritimą apibrėžta lygiašonė trapecija, kurios pagrindai yra 6 cm ir 10 cm. Apskaičiuokite apskritimo spindulį.

56. Apie apskritimą apibrėžta lygiašonė trapecija, kurios šoninė kraštinė lygi 5 dm. Raskite trapecijos plotą, jeigu jos viršutinis pagrindas 6 dm trumpesnis už apatinį pagrindą.

57. a) Apie apskritimą, kurio spindulys lygus 5 cm, apibrėžta lygiašonė trapecija, kurios mažesnysis pagrindas lygus 5. Raskite vidurinės linijos ilgį.
b) Apie apskritimą apibrėžtos lygiašonės trapecijos vidurinė linija lygi a, o kampas prie pagrindo lygus $30°$. Raskite trapecijos plotą.

58. a) Apie apskritimą apibrėžta stačioji trapecija, kurios perimetras lygus 56 cm, o ilgesnioji šoninė kraštinė — 18 cm. Apskaičiuokite apskritimo spindulį.
b) Apie apskritimą apibrėžtas keturkampis, kurio vienos poros priešingų kraštinių ilgiai sutinka kaip $2 : 7$, o kitos poros — kaip $1 : 5$. Raskite keturkampio kraštines, jeigu jo perimetras lygus 126 cm.

59. Apie apskritimą apibrėžtos lygiašonės trapecijos pagrindai yra 36 cm ir 100 cm. Raskite trapecijos plotą.

60. Apie 6 cm spindulio apskritimą apibrėžta lygiašonė trapecija, kurios perimetras lygus 52 cm. Raskite trapecijos:
a) vidurinę liniją; b) ilgesnįjį pagrindą.

61. Stačiojo trikampio pusiaukraštinė, išvesta iš stačiojo kampo viršūnės, lygi 6,5 cm. Raskite trikampio kraštines, jeigu vienas statinis 7 cm ilgesnis už kitą statinį.

62. Į 5 cm spindulio apskritimą įbrėžtas statusis trikampis. Raskite trikampio plotą, jei vienas statinis 2 cm ilgesnis už kitą.

63. a) Į statųjį trikampį įbrėžto ir apie jį apibrėžto apskritimų spinduliai lygūs 2 cm ir 5 cm. Raskite trikampio kraštines.
b) Į statųjį trikampį, kurio įžambinė lygi 10 cm, įbrėžtas apskritimas. Raskite trikampio perimetrą, jeigu apskritimo spindulys yra 2 cm.
*c) Į statųjį trikampį, kurio statiniai yra a ir b, o įžambinė — c, įbrėžtas apskritimas. Įrodykite, kad šio apskritimo spindulį r galima apskaičiuoti pagal formulę $r = \frac{a+b-c}{2}$.

64. Raskite apie statųjį trikampį apibrėžto apskritimo spindulį, jeigu į šį trikampį įbrėžto apskritimo spindulys lygus 3 cm, o vienas trikampio statinis yra 10 cm.

65. Stačiojo trikampio įžambinė lygi 13 cm, o statinių suma — 17 cm. Raskite įbrėžtinio apskritimo spindulį.

66. Į statųjį trikampį įbrėžtas pusapskritimis liečia statinius, o jo skersmuo yra įžambinėje. Pusapskritimio centras įžambinę dalija į dvi 15 cm ir 20 cm ilgio atkarpas. Raskite pusapskritimio spindulį.

67. Trikampis ABC — lygiašonis ($AB = BC$). Nubrėžtas apskritimas, kurio skersmuo yra AB ir kuris kerta kraštinę AC taške D, o kraštinę BC — taške E. Apskaičiuokite kampą DOE, jeigu $\angle ABC = 40°$.

68. a) Lygiašonio trikampio pagrindas lygus 12 cm, o šoninė kraštinė — 10 cm. Raskite įbrėžto į trikampį ir apibrėžto apie trikampį apskritimų spindulius.
b) Lygiašonio trikampio pagrindas lygus 16 cm, o šoninė kraštinė — 10 cm. Raskite apie šį trikampį apibrėžto ir į jį įbrėžto apskritimų spindulius.

69. Lygiašonio trikampio pagrindas lygus 10 cm, o aukštinė — 12 cm. Raskite apie šį trikampį apibrėžto ir į jį įbrėžto apskritimų spindulius.

70. Lygiašonio trikampio kraštinės yra 10 cm, 10 cm ir 8 cm. Įbrėžtinis apskritimas liečia šonines kraštines taškuose M ir N. Apskaičiuokite MN ilgį.

71. Trikampis ABC yra lygiašonis ($AB = BC$). Apskaičiuokite į šį trikampį įbrėžto ir apie jį apibrėžto apskritimų spindulius, jeigu:
a) $AC : AB = 4 : 5$, o aukštinė $BD = 42$ cm;
b) $AC : BC = 6 : 4{,}5$, o aukštinė $BD = 30$ cm;
c) $\frac{AC}{AB} = \frac{8}{5}$, o aukštinė $BD = 18$.

72. Lygiašonio trikampio šoninė kraštinė lygi 12 cm, o kampas prie viršūnės — 120°. Raskite apibrėžtinio apskritimo spindulį.

73. a) Į spindulio R apskritimą įbrėžtas ir apie jį apibrėžtas lygiakraščiai trikampiai. Raskite jų perimetrų santykį ir plotų santykį.
b) Į spindulio R apskritimą įbrėžtas ir apie jį apibrėžtas kvadratai. Raskite jų perimetrų santykį ir plotų santykį.

74. Rombo kraštinės ilgis lygus a, o vienas kampas — 120°. Raskite į rombą įbrėžto apskritimo spindulį.

75. Į rombą, kurio smailusis kampas lygus α, įbrėžtas apskritimas, kurio spindulys yra r. Raskite rombo plotą, kai:
a) $\alpha = 30^\circ$; b) $\alpha = 60^\circ$.

76. Stačiojo trikampio ABC įžambinė $AC = 12$ cm ir $\angle C = 30^\circ$. Iš viršūnės B nubrėžta aukštinė BO. Nuo taško O įžambinėje atidėta atkarpa $OD = OA$ ir nubrėžtas apskritimas, kurio skersmuo DC. Jis statinį BC kerta taške E.
1) Įrodykite, kad $\triangle DEC$ — statusis.
2) Įrodykite, kad $DE \parallel AB$.
3) Apskaičiuokite DE ir DC.
4) Įrodykite, kad $\triangle ABD$ — lygiašonis.
5) Per tašką A nubrėžta tiesė, lygiagreti BD, kerta DE taške G. Įrodykite, kad keturkampis $ABDG$ — rombas. Raskite jo perimetrą ir plotą.

77. Apie apskritimą apibrėžtas penkiakampis $ABCDE$. Raskite apskritimo spindulį, jei $AB = 7$ cm, $BC = 9$ cm, $CD = 8$ cm, $DE = 3$ cm, $AE = 5$ cm ir $\angle EAB = 90^\circ$.

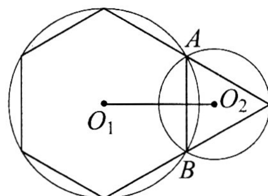
78. Taisyklingojo trikampio ABC kraštinė lygi a. Apie jį apibrėžtas apskritimas, kurio centras yra O.
a) Apskaičiuokite trikampio AOC plotą.
b) BO kerta apskritimą taške D. Įrodykite, kad keturkampis $AOCD$ — rombas. Apskaičiuokite jo plotą.

79. Trumpesnioji taisyklingojo šešiakampio įstrižainė lygi 4 cm. Raskite šešiakampio kraštinės ilgį, įbrėžto į jį ir apibrėžto apie jį apskritimų spindulius.

80. Apskritimas, kurio centras yra $O(0; 0)$, eina per tašką $A(-8; 15)$. Raskite:
a) į šį apskritimą įbrėžtų taisyklingojo trikampio ir taisyklingojo keturkampio plotus;
b) apie šį apskritimą apibrėžtų taisyklingojo trikampio ir taisyklingojo keturkampio plotus.

81. a) Į apskritimą, kurio spindulys yra R, įbrėžti taisyklingieji šešiakampis ir trikampis. Raskite jų plotų santykį.
b) Apie apskritimą, kurio spindulys yra r, apibrėžti taisyklingieji trikampis ir šešiakampis. Raskite jų plotų santykį.

82. Dviejų apskritimų, kurių centrai yra O_1 ir O_2, bendra styga yra $AB = a$. Ji yra į vieną apskritimą įbrėžto taisyklingojo šešiakampio, o į kitą — įbrėžto taisyklingojo trikampio kraštinė. Raskite atstumą O_1O_2.



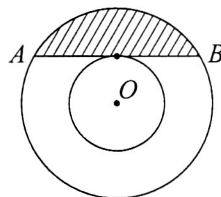
83. Į apskritimą, kurio spindulys yra R, įbrėžtas taisyklingasis dešimtkampis. Įrodykite, kad $\frac{R}{a_{10}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (čia a_{10} — dešimtkampio kraštinės ilgis).

84. a) Išpjovos AOB kampas lygus 120°. Raskite lanko AB ir stygos AB ilgių santykį.
b) Išpjovos centrinis kampas lygus 280°, o spindulys — 6 cm. Raskite išpjovos plotą ir šią išpjovą ribojančio lanko ilgį.

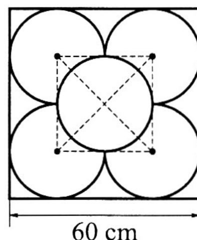
85. S — skritulio išpjovos plotas, R — spindulys, α — centrinis kampas. Užpildykite lentelę.

	R	α	S
a)	3	280°	
b)	2,5		5π
c)		100°	40π

86. Vieno iš dviejų koncentrinių apskritimų spindulys lygus R, kito — $2R$. Didesniojo apskritimo styga AB liečia mažesnįjį apskritimą. Apskaičiuokite:
a) užbrūkšniuotos didesniojo skritulio nuopjovos plotą;
b) užbrūkšniuotos nuopjovos perimetrą.

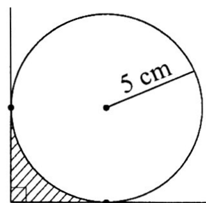


87. Balkono grotelėms padaryti reikia 12 detalių, kurių viena pavaizduota brėžinyje. Kiek metrų metalinio strypo tam reikės, jeigu detalių sujungimui reikia pridėti 3% grotelių ilgio? (Atsakymą suapvalinkite iki metrų.)

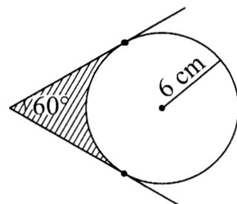


88. Į statųjį kampą įbrėžtas apskritimas. Raskite lietimosi taškus jungiančios stygos ilgį, jeigu styga nuo apskritimo centro nutolusi 8 cm atstumu.

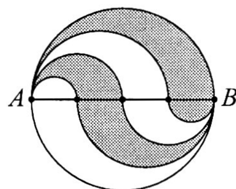
89. Apskritimo spindulys lygus 5 cm. Apskaičiuokite užbrūkšniuotos figūros:
a) perimetrą; b) plotą.



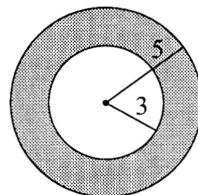
90. Apskritimas liečia kampo kraštines. Pagal brėžinio duomenis apskaičiuokite užbrūkšniuotos figūros:
a) perimetrą; b) plotą.



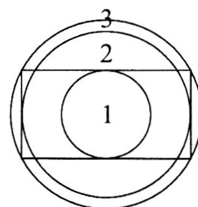
91. Apskritimo skersmuo AB padalytas į 4 lygias dalis, ant kurių nubrėžti pusapskritimiai (žr. brėžinį). Apskaičiuokite kiekvienos užtušuotos figūros plotą, kai $AB = 24$ cm.



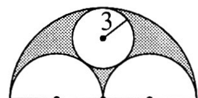
92. Nudažyti 1 m^2 reikia 150 g dažų. Kiek dažų reikia nudažyti 100 vienodų plokščių žiedų (dažyti reikia abi puses), jeigu žiedo spinduliai yra 3 cm ir 5 cm? (Atsakymą suapvalinkite 1 g tikslumu.)



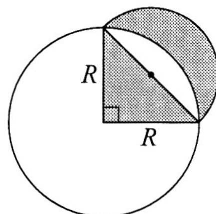
93*. Brėžinyje pavaizduoti trys koncentriniai apskritimai ir stačiakampis, kurio ilgosios kraštinės liečia mažiausiąjį apskritimą, trumposios — vidurinį apskritimą, o viršūnės priklauso didžiajam apskritimui.
Duota: $S_1 = 49\,\text{cm}^2$, $S_2 = 81\,\text{cm}^2$; čia S_1 — mažojo skritulio plotas, S_2 — žiedo tarp mažojo ir vidurinio apskritimų plotas.
Rasti: S_3, $S_\square$ — tikslią reikšmę ir apytikslę 10^{-2} tikslumu; čia S_3 — žiedo tarp didžiojo ir vidurinio apskritimų plotas, o $S_\square$ — stačiakampio plotas.



94*. Apskritimas, kurio spindulys lygus 3 cm, liečia tris pusapskritimius. Apskaičiuokite užtušuotos figūros plotą.

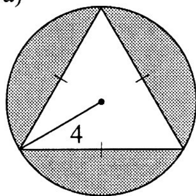


95. Palyginkite užtušuotų figūrų plotus.

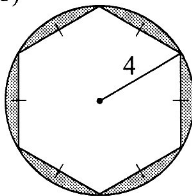


96. Raskite užtušuotų skritulio dalių plotą.

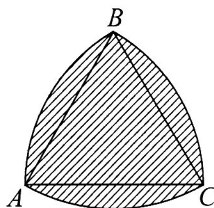
a)



b)

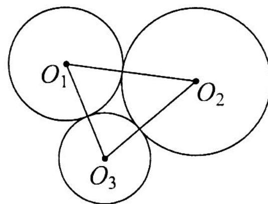


97. Trikampis ABC — lygiakraštis. Jo kraštinės ilgis lygus a. Iš kiekvienos trikampio viršūnės spinduliu a nubrėžti lankai AB, BC ir CA. Apskaičiuokite užbrūkšniuotos figūros plotą.

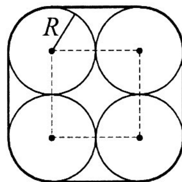


98. Du vienodo spindulio apskritimai eina per vienas kito centrą. Raskite jų apribotos dalies plotą, jeigu spindulio ilgis lygus R.

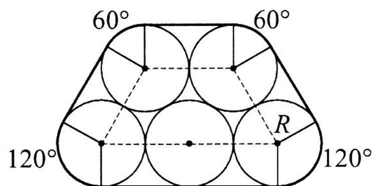
99. Trys apskritimai liečiasi tarpusavyje. Atstumai tarp jų centrų $O_1O_2 = 34{,}5$, $O_2O_3 = 31{,}5$, $O_1O_3 = 27$. Raskite apskritimų spindulius.



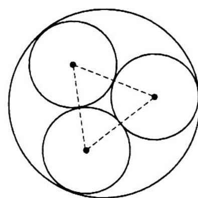
100. a) Bidonų pagrindo spindulys lygus R. Raskite juostos, apjuosiančios 4 bidonus, ilgį.



b) Raskite juostos, apjuosiančios 5 tokius bidonus ilgį.



101*. Trys apskrito skerspjūvio laidai, kurių skersmenys yra 2 cm, įvilkti į apvalkalą. Raskite apvalkalo skersmenį šimtųjų tikslumu.



7. ALGEBRINĖS TRUPMENOS IR RACIONALIOSIOS LYGTYS

1. Apskaičiuokite reiškinių reikšmes:

a) $1\frac{2}{3}a - 3$, kai $a = 9$

b) $\frac{m-2}{m}$, kai $m = 1;\ 2\frac{1}{2};\ -4;\ 0{,}5$

c) $\frac{x}{x+1}$, kai $x = 2;\ -3;\ 1{,}5;\ \frac{1}{3}$

d) $\frac{v-3}{v^2}$, kai $v = 1;\ -1;\ 1{,}5;\ -1\frac{1}{2}$

2. Užpildykite lentelę:

x	-13	-5	$-0{,}2$	0	$\frac{1}{17}$	1	$5\frac{2}{3}$	7	10
$\frac{x+5}{x-3}$									

3. Su skaičiuokliu raskite trupmenos reikšmę ir rezultatą suapvalinkite iki šimtųjų:

a) $\frac{2x-3}{3x+2}$, kai $x = 2{,}47$; b) $\frac{7x+9}{8x-1}$, kai $x = 3{,}18$.

4. Suprastinkite trupmenas:

a) $\frac{16x}{24}$ b) $\frac{18n}{27n}$ c) $\frac{-16c^2}{12c}$ d) $\frac{5x^2}{-25x^2}$

e) $\frac{2(x+2)}{3(x+2)}$ f) $\frac{7+7x}{5+5x}$ g) $\frac{8x-8}{8}$ h) $\frac{y^2-16}{3y+12}$

5. Su kuriomis kintamojo reikšmėmis reiškiniai turi prasmę:

a) $\frac{y}{y-2}$; b) $\frac{x^2-1}{x} + \frac{x}{x-3}$; c) $\frac{a+4}{a^2+7}$; d) $\frac{b+10}{b(b-1)} - 1$?

6. Su kuriomis kintamojo reikšmėmis trupmenos reikšmė lygi nuliui:

a) $\frac{x-5}{8}$; b) $\frac{2x+3}{10}$; c) $\frac{y(y-1)}{y+4}$; d) $\frac{y(y+3)}{y-5}$?

7. Pasinaudodami formulėmis $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \pm ab + b^2)$ suprastinkite trupmenas:

a) $\frac{a^2-ab+b^2}{a^3+b^3}$; b) $\frac{a^3-b^3}{a-b}$; c) $(x^2+2x+4) : (x^3-8)$; d) $(1+a^3) : (1+a)$.

8. Užrašykite trupmenomis ir suprastinkite:
a) $(9x^2 - y^2) : (3x + y)$; b) $(2ab - a) : (4b^2 - 4b + 1)$.

9. Suprastinkite:

a) $\frac{x+1}{6} + \frac{x-2}{6}$ b) $\frac{x+5}{9} + \frac{x+2}{9}$ c) $\frac{11x-5}{14x} + \frac{3x-2}{14x}$

d) $\frac{2n+4}{3p} - \frac{n+3}{3p}$ e) $\frac{3x-1}{7n} - \frac{2x+1}{7n}$ f) $\frac{3n+4}{5v} - \frac{4n+3}{5v}$

10. Suprastinkite reiškinius:

a) $\frac{9}{x+1}-\frac{6}{x+1}$ b) $\frac{3a}{a+4}+\frac{a+1}{a+4}$ c) $\frac{2b}{5+b}-\frac{3+b}{5+b}$

d) $\frac{x}{2x+1}+\frac{3+6x}{2x+1}$ e) $\frac{25}{a+5}-\frac{a^2}{a+5}$ *f) $\frac{16}{x-4}-\frac{x^2}{x-4}$

*g) $\frac{x-3}{x^2-64}+\frac{11}{x^2-64}$ h) $\frac{a^2+b}{a}-a$ i) $\frac{(a-b)^2}{2a}+b$

j) $\frac{2a+b}{(a-b)^2}+\frac{2b-5a}{(a-b)^2}$ k) $2p-\frac{4p^2+1}{2p}$ l) $c-\frac{(b+c)^2}{2b}$

11. Nustatykite, kuris atsakymas gaunasi suprastinus reiškinį:

a) $\frac{4-a}{a-3}+\frac{2a-5}{3-a}$ **A** $\frac{a-1}{a-3}$ **B** 3 **C** -3 **D** $\frac{1-3a}{a-3}$

b) $\frac{4m-3}{m-2}+\frac{2m+1}{2-m}$ **A** 1 **B** $m-1$ **C** 2 **D** $\frac{m+2}{m-2}$

12. Išreikškite trupmena:

a) $1-\frac{a}{5}-\frac{b}{4}$ b) $12-\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ c) $\frac{a-2}{2}-1-\frac{a-3}{3}$

d) $4a-\frac{a-1}{4}-\frac{a+2}{3}$ e) $x-\frac{x-y}{2}+\frac{x+y}{4}$ f) $\frac{3}{x}-2-\frac{5}{x}$

13*. Įrodykite, kad su visomis galimomis kintamojo x reikšmėmis reiškinio reikšmė nepriklauso nuo x:

a) $\frac{5x+3}{2x+2}-\frac{7x+4}{3x+3}$; b) $\frac{11x+13}{3x-3}+\frac{15x+17}{4-4x}$.

14*. Subendravardiklinkite ir atlikite veiksmus:

a) $\frac{4}{y+2}-\frac{3}{y-2}+\frac{12}{y^2-4}$ b) $\frac{a}{a-6}-\frac{3}{a+6}+\frac{a^2}{36-a^2}$

c) $\frac{x^2}{(x-y)^2}-\frac{x+y}{2x-2y}$ d) $\frac{b}{(a-b)^2}-\frac{a+b}{b^2-ab}$

e) $\frac{a^3}{a^2-4}-\frac{a}{a-2}-\frac{2}{a+2}$ f) $\frac{x^3+3x}{x+2}-\frac{3x^2-14x+16}{x^2-4}+2x$

15. Sudauginkite:

a) $\frac{5}{3a}\cdot\frac{2b}{3}$ b) $\frac{3x}{4}\cdot\frac{1}{x}$ c) $\frac{9}{2x}\cdot\frac{5x}{3}$

d) $\frac{b^2}{10}\cdot\frac{5}{b}$ e) $\frac{18}{c^4}\cdot\frac{c^3}{24}$ f) $\frac{3}{4a^3}\cdot\frac{16a^2}{9}$

g) $\frac{m^2}{16}\cdot\frac{24}{mn}$ h) $\frac{7a^3}{24b}\cdot 8b^2$ i) $14ab\cdot\frac{1}{21b^3}$

16. Trupmeną pakelkite laipsniu:

a) $\left(\frac{x}{2y}\right)^3$ b) $\left(\frac{3a}{c}\right)^4$ c) $\left(\frac{n^2}{10m}\right)^3$

d) $\left(\frac{9a^3}{2b^2}\right)^2$ e) $\left(-\frac{2a^2b}{3mn^3}\right)^2$ f) $\left(-\frac{3x^2}{2y^3}\right)^3$

17*. Atlikite veiksmus:

a) $\frac{x^2-xy}{y}\cdot\frac{y^2}{x}$ b) $\frac{4ab}{cx+dx}\cdot\frac{ax+bx}{2ab}$

c) $\frac{3a}{b^2}\cdot\frac{ab+b^2}{9}$ d) $\frac{m-n}{mn}\cdot\frac{2mn}{mn-m^2}$

18. Padalykite:

a) $\frac{5x}{6} : \frac{15x^2}{8}$ b) $\frac{6x^2}{5y} : \frac{3x}{y^3}$ c) $\frac{8c}{21d^2} : \frac{6c^2}{7d}$

d) $\frac{3x}{10a^3} : \frac{1}{5a^2}$ e) $\frac{a^2}{12b} : \frac{ab}{36}$ f) $\frac{14}{9x^3} : \frac{7x}{2y^2}$

g) $27a^3 : \frac{18a^4}{7b^2}$ h) $\frac{18c^4}{7d} : (9c^2d)$ i) $35x^5y : \frac{7x^3}{34}$

19*. Atlikite veiksmus:

a) $\frac{x+1}{x} : \frac{2x+2}{x^2}$ b) $\frac{x^2-4y^2}{xy} : \frac{x^2-2xy}{3y}$ c) $\frac{ab^2}{a^2-1} : \frac{5b}{a-a^2}$

d) $\frac{a^2-3a}{a^2-25} : \frac{a^2-9}{a^2+5a}$ e) $\frac{3m^2-3n^2}{m^2+mp} : \frac{6m-6n}{p+m}$ f) $\frac{2a^3-a^2b}{36b^2} : \frac{2a-b}{9b^3}$

<u>20*.</u> Iš lygybės $y = \frac{ab}{2c}$ išreikškite:

a) kintamąjį c kintamaisiais a, b ir y; b) kintamąjį a kintamaisiais b, c ir y.

<u>21*.</u> Iš lygybės $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ išreikškite:

a) kintamąjį c kintamaisiais a ir b; b) kintamąjį b kintamaisiais a ir c.

22*. Atlikite veiksmus:

a) $\left(\frac{x}{y^2} - \frac{1}{x}\right) : \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{x}\right)$ b) $\left(\frac{a}{m^2} + \frac{a}{m^3}\right) : \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{m}{a}\right)$ c) $\left(\frac{x}{x+1} + 1\right) \cdot \frac{1+x}{2x-1}$

d) $\frac{5y^2}{1-y^2} : \left(1 - \frac{1}{1-y}\right)$ e) $\left(\frac{4a}{2-a} - a\right) : \frac{a+2}{a-2}$ f) $\frac{x-2}{x-3} \cdot \left(x + \frac{x}{2-x}\right)$

<u>23.</u> Suprastinkite:

a) $\frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}$; b) $\frac{2-\frac{a}{x}}{2+\frac{a}{x}}$; c) $\frac{\frac{x}{y^2}+\frac{y}{x^2}}{\frac{x}{y^2}-\frac{y}{x^2}}$.

24. Išspręskite lygtis:

a) $\frac{x^2-25}{x+1} = 0$ b) $\frac{x}{2x+3} = \frac{1}{x}$ c) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+2} = 1$

d) $\frac{(x+3)(x-2)}{x-2} = 0$ e) $\frac{x+1}{x-1} = \frac{4x-1}{4x}$ f) $1 - \frac{1-x}{x} = \frac{2x+2}{x-1}$

25. Trupmenos skaitiklis vienetu didesnis už vardiklį. Prie trupmenos skaitiklio pridėję 3, o prie vardiklio 18, gausime trupmeną, vienetu mažesnę už pradinę. Kokia pradinė trupmena?

26*. Iš Kryžkalnio ir Gargždų tuo pačiu metu vienas priešais kitą išvyko du automobiliai. Po valandos jie susitiko ir nesustodami važiavo tokiu pat greičiu toliau. Iš Kryžkalnio į Gargždus automobilis atvyko 27 minutėmis vėliau, negu iš Gargždų į Kryžkalnį. Koks kiekvieno automobilio greitis, jei atstumas tarp vietovių yra 90 km?

27. Sudarykite tekstą uždavinio, kurį sprendžiant būtų panaudojama lygtis:

$\frac{90}{x} - \frac{90}{x+1} = 1.$

28. Pusė atstumo nuo Šilutės iki Pagėgių automobilis važiavo 60 km/h greičiu, o antrąją pusę — 40 km/h greičiu. Koks vidutinis automobilio greitis?

29. Padidinęs greitį 10 km/h traukinys 720 km nuvažiavo 1 h greičiau negu reikėjo pagal tvarkaraštį. Koks traukinio pradinis greitis?

30*. Pro keleivį, esantį traukinyje, važiuojančiame 40 km/h greičiu, per 3 sekundes pralekia priešpriešiais kitas traukinys, kurio ilgis 75 m. Raskite antrojo traukinio greitį.

31*. Iš Salantų į Mosėdį išėjo Tadas, o tuo pačiu metu iš Mosėdžio į Salantus išėjo Paulius. Kiekvienas, pasiekęs savo kelionės tikslą, tuoj pat pasuko atgal. Kai berniukai susitiko antrą kartą, Tadas buvo nuėjęs 4 km daugiau už Paulių. Tadas į Salantus sugrįžo po 1 h, o Paulius į Mosėdį — po 2,5 h nuo antrojo susitikimo. Kokiu greičiu ėjo Tadas?

32*. Turistas ėjo iš poilsiavietės į artimiausią geležinkelio stotį. Per pirmą valandą jis įveikė 3 km. Tada jis sumetė, kad eidamas tokiu greičiu ir toliau, į traukinį pavėluotų 40 minučių, o eidamas 4 km/h greičiu, ateitų 45 minutėmis anksčiau. Apskaičiuokite poilsiavietės atstumą iki geležinkelio stoties.

33*. Tam tikrą darbą dirbo du nevienodos kvalifikacijos darbininkai, kuriems buvo mokamas skirtingas atlyginimas. Pirmasis darbininkas uždirbo 240 Lt, o antrasis, kuris dirbo 3 dienomis mažiau už pirmąjį — 144 Lt. Jeigu antrasis darbininkas būtų dirbęs tiek dienų, kiek pirmasis, o pirmasis — tiek dienų, kiek antrasis, tai pirmasis būtų gavęs 12 Lt daugiau už antrąjį. Kiek dienų dirbo kiekvienas darbininkas?

34*. Pirmasis siurblys, veikdamas atskirai, pripildo baseiną 3 h greičiau už antrąjį. Baseinui pripildyti buvo paleisti abu siurbliai, bet po 10 h pirmasis siurblys buvo išjungtas, ir baseiną baigė pripildyti antrasis siurblys per 5 h 45 min. Per kiek laiko pripildo baseiną kiekvienas siurblys, veikdamas atskirai?

35. Laivas nuplaukė pasroviui 36 km ir grįžo atgal. Raskite savąjį laivo greitį, jeigu upės tėkmės greitis 3 km/h, o kelionė atgal truko 1 valanda ilgiau, negu pirmyn.

36. Motorinė valtis nuplaukė prieš srovę 16 km ir grįžo atgal. Raskite valties savąjį greitį, jeigu upės tėkmės greitis yra 2 km/h, o kelionė atgal truko valandą trumpiau, negu pirmyn.

37. Kateris nuplaukė pasroviui iš vienos prieplaukos į kitą. Kad grįžtų atgal per tokį pat laiką, kateris turėjo padidinti savąjį greitį 4 km/h. Raskite upės tėkmės greitį.

38. Kateris nuplaukia 34 km upe pasroviui per tokį pat laiką, kaip ir 26 km prieš srovę. Katerio savasis greitis yra 15 km/h. Raskite upės tėkmės greitį.

39*. Du skirtingos keliamosios galios automobiliai gali pervežti krovinį per 8 h. Per kiek valandų gali pervežti krovinį vienas mažesnės keliamosios galios automobilis, jeigu jis, pervežandamas krovinį vienas, užtrunka 30 h ilgiau, negu kitas — didesnės keliamosios galios automobilis?

40*. Dvi brigados, dirbdamos kartu, gali suremontuoti kelią per 6 valandas. Per kiek laiko gali atlikti šią užduotį pirmoji brigada, jeigu ji turi daugiau darbininkų ir gali atlikti darbą 16 h greičiau, negu antroji brigada?

41*. Lengvasis automobilis 90 km nuvažiavo 15 min greičiau, negu tą patį atstumą autobusas. Lengvojo automobilio greitis 12 km/h didesnis už autobuso greitį. Kiek laiko važiavo autobusas?

42*. Motociklininkas 100 km nuvažiavo 1 h 40 min greičiau negu dviratininkas. Motociklininko greitis 30 km/h didesnis už dviratininko greitį. Kiek laiko važiavo dviratininkas?

8. TIKIMYBĖS. KOMBINATORIKA. STATISTIKA

1. Iš 30 loterijos bilietų, tarp kurių yra 5 laimingi, atsitiktinai traukiamas vienas bilietas. Kokia tikimybė, kad jis yra:
a) laimingas; b) nelaimingas?

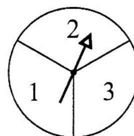
2. Iš 25 klasės mokinių, tarp kurių yra 12 berniukų, atsitiktinai išrenkamas vienas. Kokia tikimybė, kad išrinktasis mokinys yra:
a) berniukas; b) mergaitė?

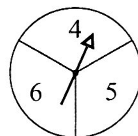
3. Ant kortelių surašyti skaičiai nuo 1 iki 20. Kortelės apverčiamos ir sumaišomos. Tada atsitiktinai ištraukiama viena kortelė. Kokia tikimybė, kad ant ištrauktos kortelės užrašytas skaičius yra:
a) lyginis; b) nelyginis; c) dalus iš 5; d) skaičiaus 3 kartotinis;
e) natūraliojo skaičiaus kvadratas?

4. Kokia tikimybė, kad iš naujo sieninio kalendoriaus atsitiktinai išplėštas lapelis yra 29-osios dienos, jei tas kalendorius yra:
a) 2000 metų; b) 2001 metų?

5. Ant aštuonių skirtingų kortelių užrašytos žodžio T I K I M Y B Ė raidės. Korteles užvertus ir sumaišius, atsitiktinai ištraukiama viena kortelė. Kokia tikimybė, kad ant ištrauktos kortelės užrašyta:
a) raidė M; b) raidė I; c) balsė; d) priebalsė; e) ne K?

6. Įsukus abi rodykles, sustojusios jos parodo po savo skaičių.
Kokia tikimybė, kad rodyklių parodytų skaičių:
a) suma yra lyginis skaičius;
b) sandauga yra nelyginis skaičius?





7. Juodoje dėžutėje yra 9 žali ir 8 raudoni rutuliai, o baltoje — 13 žalių ir 12 raudonų tokių pat rutulių.
a) Kokia tikimybė atsitiktinai ištraukti raudoną rutulį iš juodos dėžutės?
b) Kokia tikimybė ištraukti raudoną rutulį iš baltos dėžutės?
*c) Du berniukai pasiima vienas juodąją, antras baltąją dėžutę ir traukia po vieną rutulį iš savo dėžutės. Jeigu vienas ištraukia raudoną rutulį, o kitas — žalią, tai laimi ištraukęs raudoną rutulį. Jei abu ištraukia vienos spalvos rutulius, žaidimas laikomas neįvykusiu. Ar abi dėžutės vienodai laimingos žaidžiant šį žaidimą?

8. Metamas lošimo kauliukas ir 5 centų moneta. Stebima, kuo jie atvirto. Išrašykite visas galimas bandymo baigtis $(1, h)$, $(5, s)$ ir pan. Apskaičiuokite tikimybes įvykių:
A — kauliukas atvirto nelyginiu akučių skaičiumi, o moneta — herbu;
B — atvirto skaičius, o atvirtusių akučių ir skaičiaus suma dalijasi iš 2;
C — atvirto skaičius, o atvirtusių akučių ir skaičiaus suma didesnė už 7;
D — atvirto skaičius, o atvirtusių akučių ir skaičiaus sandauga dalijasi iš 5.

9. Į dėžę sumestos kortelės, ant kurių užrašyti skaičiai 1, 2, 3, 4. Atsitiktinai nežiūrint viena po kitos traukiamos dvi kortelės ir dedamos viena šalia kitos. Tokiu būdu gaunamas dviženklis skaičius. Išrašykite visus tokiu būdu galimus gauti skaičius. Apskaičiuokite tikimybes įvykių:

A — gautas skaičius yra lyginis
B — gautas skaičius yra nelyginis
C — gautas skaičius yra dalus iš 3
D — gautas skaičius yra pirminis
E — gautas skaičius yra sudėtinis

10. Linas turi korteles su skaičiais 2, 6, 9, o Povilas — su skaičiais 3, 5, 7, 8. Jie atsitiktinai traukia po vieną iš savo kortelių. Laimi tas, kurio skaičius didesnis. Kokia tikimybė, kad laimės: a) Linas; b) Povilas?

11. Moneta metama tris kartus, kiekvieną kartą užrašant, kuo ji atvirto. Išrašykite visas bandymo baigtis. Apskaičiuokite tikimybes įvykių:

A — skaičius atvirto vieną kartą
B — skaičius atvirto du kartus
C — skaičius atvirto tris kartus
D — skaičius atvirto bent vieną kartą
E — skaičius atvirto bent du kartus

12*. Tikimybė iš 320 salėje esančių suaugusių žmonių atsitiktinai išrinkti vyrą lygi $\frac{7}{16}$.
a) Kiek vyrų yra salėje?
b) Kiek moterų yra salėje?
c) Kokia tikimybė atsitiktinai išrinkti moterį?

13*. Dėžėje yra tik balti ir žali rutuliai. Tikimybė atsitiktinai ištraukti baltą rutulį lygi $\frac{6}{19}$.
a) Kam lygi tikimybė atsitiktinai ištraukti žalią rutulį?
b) Kiek iš viso rutulių yra dėžėje, jei žalių rutulių yra 26?

14*. Metami du lošimo kauliukai — baltas ir juodas. Sudaromos trupmenos: baltojo kauliuko akučių skaičius rašomas skaitiklyje, juodojo — vardiklyje. Trupmenos neprastinamos ir surašomos į lentelę. Baikite pildyti lentelę ir nustatykite tikimybę, kad sudaryta trupmena yra:
a) didesnė už 1;
b) lygi 1;
c) mažesnė už 1.

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	$\frac{1}{1}$				$\frac{1}{5}$	
⚁				$\frac{2}{4}$		
⚂						$\frac{3}{6}$
⚃	$\frac{4}{1}$					
⚄			$\frac{5}{3}$			
⚅		$\frac{6}{2}$				

15. Metamas lošimo kauliukas. Mus domina šie įvykiai: A — atsivertė viena akutė, B — atsivertė šešios akutės, C — atsivertė nelyginis akučių skaičius, D — atsivertė lyginis akučių skaičius. Pakartokite bandymą 30 kartų ir apskaičiuokite šių įvykių santykinius dažnius. Palyginkite įvykių dažnius su jų tikimybėmis.

16. Vienu metu metamos dvi skirtingos monetos. Mus domina šie įvykiai: A — abi monetos atsivertė skaičiumi, B — skaičiumi atsivertė viena moneta, C — abi monetos atsivertė herbu. Pakartokite bandymą: a) 10 kartų; b) 30 kartų; c) 60 kartų. Apskaičiuokite nurodytų įvykių santykinius dažnius. Palyginkite įvykių dažnius su jų tikimybėmis. Kuriuo atveju gauti santykiniai dažniai yra artimesni įvykių tikimybėms?

17. Bandomajam matematikos egzaminui atsitiktinai išrinkti 55 dešimtųjų klasių mokiniai. Egzamino rezultatai pateikti lentelėje:

Pažymys	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Mokinių skaičius	1	2	5	4	9	12	10	7	5

Laikydami, kad įvykių santykiniai dažniai yra lygūs jų tikimybėms, apskaičiuokite tikimybes įvykių:
A — atsitiktinai išrinktas dešimtokas išlaikys egzaminą (gaus ne mažiau kaip 4);
B — atsitiktinai išrinktas dešimtokas neišlaikys egzamino (gaus 2 arba 3);
C — atsitiktinai išrinktas dešimtokas išlaikys egzaminą gerai (gaus 7 arba 8);
D — atsitiktinai išrinktas dešimtokas išlaikys egzaminą labai gerai (gaus 9 arba 10).

18. Įvykio A tikimybė lygi $\frac{3}{8}$. Simas, apskaičiavęs šiam įvykiui priešingo įvykio tikimybę, gavo 0,625. Ar jo rezultatas teisingas?

19. Rita teigia: įvykio B tikimybė lygi $\frac{3}{16}$, o jam priešingo įvykio tikimybė lygi 0,812. Paaiškinkite, kodėl Ritos teiginys klaidingas.

20. Metami du lošimo kauliukai ir skaičiuojama iškritusių akučių sandauga.
a) Suformuluokite žodžiais šiems įvykiams priešingus įvykius:
A — iškritusių akučių sandauga yra nelyginis skaičius;
B — iškritusių akučių sandauga yra dviženklis skaičius;
C — iškritusių akučių sandauga yra pirminis skaičius;
D — iškritusių akučių sandauga yra skaičiaus 3 kartotinis.
b) Baikite pildyti lentelę.
c) Apskaičiuokite įvykių A, B, C ir D tikimybes.
d) Remdamiesi formule $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$, apskaičiuokite įvykių $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{C}$ ir $\overline{D}$ tikimybes.
e) Apskaičiuokite tikimybes įvykių:
E — iškritusių akučių sandauga yra mažesnė negu 40;
F — iškritusių akučių sandauga yra didesnė negu 40.

×	1	2	3	4	5	6
1	1					
2		4				
3			9			
4				16		
5					25	
6						36

21. Ant keturių kortelių užrašyti skaičiai 4, 5, 6, 7. Kortelės užverčiamos ir sumaišomos. Vieną po kitos atsitiktinai atverčiame dvi korteles ir gauname dviženklį skaičių. Mus domina įvykiai:

A — gautas skaičius yra lyginis
B — gautas skaičius yra pirminis
C — gautas skaičius yra nelyginis
D — gautas skaičius yra 5 kartotinis
E — gautas skaičius yra sudėtinis
F — gautas skaičius nesidalija iš 5
G — gautas skaičius yra 3 kartotinis

Kurie iš įvykių yra vienas kitam priešingi? Apskaičiuokite visų išvardytų įvykių tikimybes.

22. Mokykloje veikia trys sporto sekcijos — krepšinio, tinklinio ir futbolo bei trys meno būreliai — dailės, dramos ir fotomeno. Arūnas nori lankyti vieną sporto sekciją ir vieną meno būrelį. Nupieškite pasirinkimo galimybių medį. Kiek skirtingų pasirinkimo galimybių yra iš viso?

23. Parduotuvėje parduodami puodeliai po vieną, pusantro, du ir tris litus bei lėkštelės, kurių kaina 92 ct ir 98 ct. Kiek yra galimybių rinktis, jei norima nusipirkti vieną puodelį ir vieną lėkštelę?

24. Bufete yra 2 rūšių bandelių, 3 rūšių pyragaičių ir 2 rūšių gėrimo. Vilma nori suvalgyti vieną bandelę, vieną pyragaitį ir išgerti vienos rūšies gėrimo. Kiek skirtingų pasirinkimo galimybių turi Vilma?

25. Rasa vyksta į kelionę. Ji pasiima juodos ir mėlynos spalvos džinsus bei mėlynus, baltus, gelsvus ir raudonus marškinėlius. Surašykite (braižydami galimybių medį) visus galimus Rasos apsirengimo šiais drabužiais būdus. Kiek jų yra?

26. Plaukimo varžybų finale dėl 1–3 vietų rungtyniauja Danutė, Irma, Roma ir Vaiva. Raskite vietų pasiskirstymo galimybių skaičių, braižydami galimybių medį.

27. a) Mindaugas bandydamas pataikyti meta kamuolį į krepšį 2 kartus. Nubraižykite galimų bandymo rezultatų medį. Raskite jų skaičių. Išrašykite visas galimybes.
b) Atlikite tas pačias užduotis kaip ir a) dalyje, tarę, kad Mindaugas meta kamuolį į krepšį 3 kartus.

28. Agnė rašė biologijos testą. Į kiekvieną klausimą buvo pateikti du atsakymai, iš kurių vienas teisingas, kitas klaidingas. Agnei pritrūko laiko, todėl atsakymus į tris paskutinius testo klausimus ji pažymėjo atsitiktinai. Kokia tikimybė, kad tarp atsakymų į tris paskutinius klausimus yra:
a) bent vienas (ne mažiau kaip vienas) teisingas;
b) bent du teisingi;
c) visi trys spėti atsakymai yra teisingi;
d) visi trys spėti atsakymai yra klaidingi?

29. Turime 3 urnas su vienodo dydžio rutuliais. Pirmoje urnoje yra baltas ir žalias, antroje — žalias ir geltonas, trečioje — baltas, žalias ir geltonas rutuliai. Nežiūrėdami ištraukiame po vieną rutulį iš kiekvienos urnos. Kokia tikimybė, kad:
a) iš pirmos urnos ištrauktas baltas, iš antros — žalias, o iš trečios — geltonas rutulys;
b) ištraukti rutuliai yra skirtingų spalvų;
c) ištraukti rutuliai yra vienos spalvos;
d) bent vienas rutulys yra geltonas;
e) bent vienas rutulys yra žalias?

30. Martyno tėvai loterijoje išlošė automobilį. Nuvykę pasiimti laimėjimo jie sužinojo, kad parduotuvėje yra tiek automobilių, kad pirkėjai gali pasirinkti bet kurį iš nurodytų spalvos, variklio rūšies ir pavaros rūšies derinių:

Spalva
Juoda
Pilka
Mėlyna

Variklis
Benzininis
Dyzelinis

Pavara
Automatinė
Rankinė

Kiekvienas iš esamų parduotuvėje automobilių skiriasi nuo kitų bent viena iš šių ypatybių.
a) Kiek automobilių buvo parduotuvėje?
b) Kokia tikimybė, kad Martyno tėvai pasirinko mėlyną automobilį su benzininiu varikliu ir automatine pavara?
c) Kokia tikimybė, kad laimėtojai pasirinko juodą automobilį su dyzeliniu varikliu?
d) Kokia tikimybė, kad jie pasirinko pilką automobilį?
e) Kokia tikimybė, kad Martyno tėvai pasirinko automobilį su dyzeliniu varikliu?
f) Kokia tikimybė, kad laimėtojai pasirinko automobilį su rankine pavara?

31. Spaudos kioske yra 4 rūšių vokų be pašto ženklų ir 6 rūšių vienodos vertės pašto ženklų. Keliais skirtingais būdais galima išsirinkti voką ir pašto ženklą?

32. Parduotuvėje parduodamos 5 rūšys baltos ir 4 rūšys juodos duonos. Kiek skirtingų pasirinkimo variantų turi Vilius, jei nori pirkti vienos rūšies baltos ir vienos rūšies juodos duonos?

33. Mokykloje yra 54 abiturientai, iš kurių 30 — merginos. Keliais būdais iš abiturientų galima išrinkti merginos ir vaikino porą?

34. Automobilių parduotuvė prekiauja 3 modelių automobiliais. Kiekvieno modelio automobiliai yra 5 spalvų, gali turėti 2 rūšių variklius ir 2 rūšių pavaras. Kiek automobilių reikia turėti ekspozicijoje, norint demonstruoti po vieną kiekvieno modelio, kiekvienos spalvos, kiekvienos variklio rūšies ir kiekvienos pavaros rūšies automobilį?

35*. Turite 6 skirtingas poras pirštinių. Kiek yra būdų pasirinkti vieną kairės rankos ir vieną dešinės rankos skirtingų porų pirštinę?

36. Reikia nudažyti trijų skirtingų namų stogus. Kiekvienam jų galima parinkti vieną iš 5 spalvų.
a) Keliais skirtingais būdais galima tai padaryti (spalvos gali kartotis)?
b) Kiek yra būdų nudažyti namų stogus skirtingomis spalvomis?

37. Trispalvę vėliavą sudaro trys vienodo pločio horizontalios juostos.
a) Kiek tokių skirtingų vėliavų galima pasiūti turint 4 spalvų audeklo?
*b) Kiek tokių vėliavų galima sudaryti, jei viena juosta būtinai turi būti geltona, o kitos iš balto, žalio arba raudono audeklo?

38*. Kiek mažiausiai žodynų reikia turėti, norint tiesiogiai versti iš lietuvių, anglų, prancūzų, vokiečių ir rusų kalbų į bet kurią kitą tų kalbų?

39. Nuo autobuso stotelės į piliakalnį einama pro ežerą. Nuo stotelės iki ežero yra 3 takeliai, o nuo ežero iki piliakalnio yra 5 keliukai.
a) Keliais skirtingais būdais turistai gali nueiti nuo stotelės iki piliakalnio?
*b) Keliais skirtingais būdais turistai gali nueiti nuo stotelės iki piliakalnio ir grįžti?
*c) Keliais skirtingais būdais turistai gali nueiti nuo stotelės iki piliakalnio ir grįžti, jei 2 kartus eiti ta pačia kelio atkarpa jie nenori?

40. Keliais būdais galima sustatyti lentynoje vieną šalia kitos:
a) 4 skirtingas knygas;
b) 6 skirtingas knygas?

41*. Keliais būdais galima iš 8 skirtingų knygų išrinkti tris ir sustatyti jas lentynoje?

42. 15 mokinių vyksta į ekskursiją. Kiek yra galimybių sudaryti jų sąrašą skirtinga eilės tvarka?

43. Futbolo turnyre dalyvavo penkios komandos.
a) Keliais būdais gali pasiskirstyti vietos pasibaigus varžyboms?
b) Keliais būdais gali pasiskirstyti 1–3 vietos?

44. Iš 3 klasės tarybos narių reikia išrinkti pirmininką, pavaduotoją ir sekretorių. Keliais skirtingais būdais galima tai padaryti?

45. Kiek triženklių skaičių, neturinčių vienodų skaitmenų, galima sudaryti iš skaitmenų:
a) 5, 6, 7; b) 5, 6, 7, 8; c) 0, 5, 6; d) 0, 5, 6, 7?

46. Kiek yra skirtingų:
a) dviženklių skaičių
b) triženklių skaičių
c) keturženklių skaičių
d) penkiaženklių skaičių?

47*. Duoti skaitmenys 2, 3, 5, 8. Kiek iš jų galima sudaryti:
a) dviženklių skaičių
b) dviženklių lyginių skaičių
c) triženklių skaičių
d) triženklių skaičių, kurie dalijasi iš 5
e) keturženklių skaičių
f) keturženklių nelyginių skaičių?

Atlikite šias užduotis abiem atvejais, kai:
1) skaitmenys skaičiuje negali kartotis;
2) skaitmenys skaičiuje gali kartotis.

48. 11 klasės mokiniai mokosi 12 dalykų. Kiekvieną dieną vyksta 6 skirtingos pamokos. Kiek skirtingų tvarkaraščių galima sudaryti pirmadieniui?

49. Siūlomi 5 mokiniai užimti mokinių tarybos pirmininko ir pavaduotojo pareigas. Kiek yra būdų jiems pasiskirstyti šiomis pareigomis?

50. Keliais būdais 8 žmonės gali sustoti eilėje?

51. Viešbutis turi 10 aukštų. Kiekviename aukšte yra po 20 numerių su langu į šiaurę ir po 25 numerius su langu į pietus.
a) Kiek iš viso numerių yra viešbutyje?
b) Jums atsitiktinai teko viešbučio numeris. Kokia tikimybė, kad jis bus aukščiau nei 5 aukšte ir su langu į pietus?

52. Vienoje šalyje automobilio numerį sudaro 3 raidės ir 3 skaitmenys, kitoje — 2 raidės ir 4 skaitmenys. Abiejose šalyse numerių sudarymui vartojamos 24 raidės ir 10 skaitmenų. Ir raidės, ir skaitmenys numeriuose gali kartotis.
a) Kurioje šalyje galima paženklinti daugiau automobilių?
b) Kiek kiekvienoje šalyje galima sudaryti numerių su pirma raide A?
c) Kiek numerių, kurių raidės ABA, galima sudaryti pirmoje šalyje?
d) Kiek pirmoje šalyje gali būti skirtingų numerių, kurių skaitmenys 555?
e) Kiek antroje šalyje galima sudaryti skirtingų numerių, kurių skaitmenys 2222?
f) Kiek antroje šalyje galima sudaryti skirtingų numerių, kurių raidės LA?

53. Užrakto kodą sudaro viena (iš 24) raidė ir trys nesikartojantys skaitmenys. Kam lygi tikimybė, kad kodą įspėsite pirmu bandymu?

54. Seifo užrakto kodas yra penkiaženklis skaičius, neturintis nulių ir neturintis vienodų skaitmenų. Raskite tikimybę atspėti kodą pirmu bandymu.

55. Ant šešių vienodų kortelių užrašytos raidės T, I, N, K, A, S. Kortelės užverčiamos. Atsitiktinai viena po kitos imamos kortelės ir dedamos viena šalia kitos iš kairės į dešinę. Apskaičiuokite tikimybę, kad išeis žodis „NAKTIS“.

56. Metami du lošimo kauliukai — baltas ir raudonas. Stebima, kuo jie atvirto. Raskite tikimybes įvykių:

A — baltojo kauliuko akučių skaičius lyginis, o raudonojo — mažesnis už 5;

B — baltojo kauliuko akučių skaičius didesnis už 2, o raudonojo — dalus iš 3;

C — baltojo kauliuko akučių skaičius pirminis, o raudonojo — sudėtinis;

D — baltojo kauliuko akučių skaičius nelyginis, o raudonojo — ne didesnis už 4.

57. Mokyklos mokslo metų uždarymo šventėje vyko loterija. Bilietų buvo pagaminta tiek, kad juos pavyko sunumeruoti panaudojus visus dviženklius skaičius, neturinčius 0 ir vienodų skaitmenų. Laimingi buvo tie bilietai, kurių numerių skaitmenų suma lygi 10. Vytautas pirko 1 bilietą. Apskaičiuokite tikimybę, kad Vytauto bilietas buvo laimingas.

58. Loterijos bilieto numerį sudaro penkios pozicijos. Pirmą poziciją užima raidė, o likusias — skaitmenys. Pirmą poziciją gali užimti viena iš aštuonių raidžių, antrą — vienas iš dviejų skaitmenų 0 ir 1, o kiekvieną iš likusių pozicijų gali užimti kiekvienas iš visų 10 skaitmenų. Visi taip sunumeruoti bilietai tiražo metu buvo parduoti. Yra 1000 laimingų bilietų.

a) Kiek iš viso bilietų parduota?

b) Juozukas pirko vieną bilietą. Kokia tikimybė, kad jo bilietas laimingas?

59*. Devynios kortelės pažymėtos skaitmenimis nuo 1 iki 9. Atsitiktinai imamos keturios kortelės ir dedamos viena šalia kitos. Gaunamas keturženklis skaičius. Kokia tikimybė, kad jis yra:

a) lyginis; b) nelyginis; c) dalus iš 5?

60. Rinkdamas telefono numerį Darius pamiršo du paskutinius jo skaitmenis. Berniukas surinko juos atsitiktinai. Kokia tikimybė, kad Darius surinko reikiamą telefono numerį, jei jis žinojo, kad tie skaitmenys yra:

a) skirtingi; b) priešpaskutinis — lyginis, paskutinis — nelyginis; c) lyginiai ir skirtingi?

61. Lentelėje pateikti duomenys apie 12 mokinių biologijos ir istorijos testų rezultatus.

Mokinys	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Biologija	7	8	8	5	7	8	6	9	10	6	5	4
Istorija	8	6	9	6	7	7	8	7	9	5	4	4

Pavaizduokite duomenis taškais $(x; y)$, kur x — biologijos, y — istorijos testo rezultatas. Nustatykite, ar šie rezultatai yra tarpusavyje koreliuoti. Ar tai teigiama, ar neigiama koreliacija?

62. Lentelėje pateikti duomenys apie 15 krepšininkų metimus ir pataikymus per vieną turnyrą.

Krepšininkas	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Metimų sk.	65	27	35	40	11	22	15	14	6	80	50	62	75	70	55
Pataikymų sk.	35	12	15	14	5	10	7	5	2	38	22	25	35	32	36

Pavaizduokite duomenis koordinačių plokštumoje. Nustatykite, ar tarp jų yra koreliacija. Jei yra — ar tai teigiama, ar neigiama koreliacija?

63. Surinkite tokius duomenis savo klasėje: mokinio ūgis ir atstumas tarp rankų pirštų galų, kai rankos išskėstos į šalis. Duomenis pavaizduokite koordinačių plokštumoje. Nustatykite, ar tiriami požymiai yra tarpusavyje koreliuoti? Jei taip — ar tai teigiama, ar neigiama koreliacija?

64. Gydytojas tyrė, kaip cholesterolio kiekis kraujyje priklauso nuo žmogaus amžiaus. Jo stebėjimo duomenys pateikti lentelėje:

Amžius (metais)	35	40	42	70	63	60	58	52	60	50	54	48
Cholesterolio kiekis mg/100 mℓ kraujo	140	150	148	260	230	220	230	225	245	170	190	210

Pavaizduokite duomenis koordinačių plokštumoje taškais $(x; y)$, kur x — amžius, y — cholesterolio kiekis kraujuje. Nustatykite, ar stebimi požymiai yra koreliuoti ir kaip.

65. Lentelėje pateikti duomenys, kaip kinta slėgis priklausomai nuo aukščio virš jūros lygio:

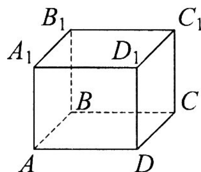
Aukštis virš jūros lygio (m)	0	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000
Barometro parodymai (cm)	76,2	67,5	61,2	52,1	47,3	41,1	36,8	33,2

Pavaizduokite duomenis koordinačių plokštumoje taškais $(x; y)$, kur x — aukštis virš jūros lygio (m), y — barometro parodymai (cm). Ar stebimi požymiai yra koreliuoti? Kokia tai koreliacija — teigiama ar neigiama?

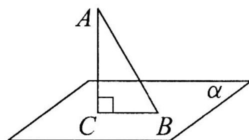
66. Surinkite duomenis, pavaizduokite juos koordinačių plokštumoje ir nustatykite, ar jūsų klasės mokinių matematikos ir lietuvių kalbos trimestriniai pažymiai yra tarpusavyje koreliuoti?

9. ERDVINIAI KŪNAI

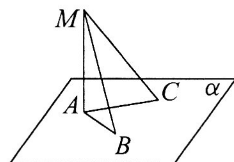
1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — stačiakampis gretasienis.
Išvardykite:
a) tieses, prasilenkiančias su tiese DC;
b) tieses, lygiagrečias tiesei DC;
c) plokštumas, statmenas tiesei DC.



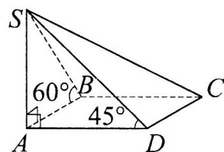
2. Pasviroji AB su plokštuma α sudaro 60° kampą. Raskite taško A atstumą iki plokštumos, jeigu pasvirosios projekcija BC lygi 6 cm.



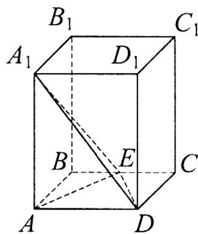
3. Iš taško M į plokštumą α nubrėžtas statmuo MA ir dvi pasvirosios $MC = 10\sqrt{7}$ cm ir $MB = 8\sqrt{7}$ cm. Apskaičiuokite statmens MA ilgį, jeigu $\frac{AC}{AB} = \frac{13}{5}$.



4. Brėžinyje pavaizduota piramidė $SABCD$, kurios pagrindas — stačiakampis $ABCD$. Piramidės aukštinė SA lygi 6 cm. Briauna SB pasvirusi į pagrindo plokštumą 60° kampu, o briauna SD — 45° kampu. Apskaičiuokite piramidės tūrį.



5. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — stačiakampis gretasienis.
$AB = 4$ cm, $BC = 6$ cm, $AA_1 = 8$ cm, $BE = EC$.
Apskaičiuokite piramidės A_1ADE tūrį.



6*. Piramidės $SABC$ pagrindas — statusis trikampis ABC ($\angle C = 90^\circ$), $BC = 8$ cm, $\angle A = 30^\circ$. Piramidės šoninės briaunos pasvirusios į pagrindo plokštumą 60° kampu. Raskite piramidės aukštinę.
Nurodymas. Įsitikinkite, kad piramidės šoninės briaunos yra lygios, o aukštinės pagrindas — apie trikampį ABC apibrėžto apskritimo centras.

7. Užpildykite lentelę, jei a, H, V — taisyklingosios keturkampės piramidės pagrindo kraštinė, aukštinė ir tūris.

a	10	20	20				10	20	10
H	6	6	12	6	12	6			
V				32	32	64	320	320	640

8. a) Taisyklingosios keturkampės piramidės pagrindo kraštinė lygi 16 cm, o šoninės sienos aukštinė (apotema) — 10 cm. Apskaičiuokite piramidės tūrį, šoninio ir viso paviršių plotus.

b) Taisyklingosios keturkampės piramidės pagrindo kraštinė lygi 10 cm, o apotema — 13 cm. Apskaičiuokite piramidės tūrį, šoninio ir viso paviršių plotus.

9. a) Taisyklingosios keturkampės piramidės aukštinė lygi 20 cm, o apotema — 25 cm. Raskite piramidės tūrį, šoninio ir viso paviršių plotus.

b) Taisyklingosios trikampės piramidės aukštinė lygi 8 cm, o apotema — 10 cm. Apskaičiuokite piramidės tūrį, šoninio ir viso paviršių plotus.

10. a) Taisyklingosios trikampės piramidės pagrindo kraštinė lygi 36 cm, o aukštinė — 12 cm. Apskaičiuokite jos tūrį ir šoninio paviršiaus plotą.

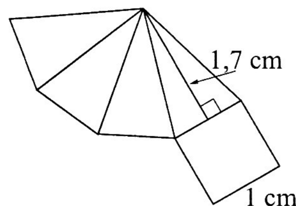
b) Apskaičiuokite taisyklingosios šešiakampės piramidės tūrį ir šoninio paviršiaus plotą, jeigu piramidės aukštinė lygi 12 cm, o pagrindo kraštinė — 8 cm.

11. Užpildykite lentelę, jei a, h, l, V — taisyklingosios keturkampės piramidės pagrindo kraštinė, apotema, šoninė briauna ir tūris.

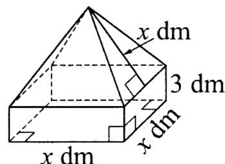
a	h	l	V
10	10		
10		10	
10			1000

12. Taisyklingosios piramidės šoninė briauna lygi 12 cm ir yra pasvirusi į pagrindo plokštumą 30° kampu. Raskite piramidės tūrį, šoninio ir viso paviršių plotus, jei piramidė yra: a) trikampė; b) keturkampė; c) šešiakampė.

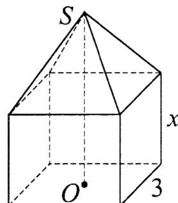
13. Brėžinyje pavaizduota taisyklingosios keturkampės piramidės išklotinė. Apskaičiuokite piramidės viso paviršiaus plotą ir tūrį, jei piramidės išklotinės mastelis yra 1 : 200.



14. Brėžinyje pavaizduotas kūnas, kurio viso paviršiaus plotas lygus 351 dm^2. Raskite x.



15. Stačiakampio gretasienio pagrindas yra kvadratas. Ant jo uždėta taisyklingoji piramidė. Duota, kad $SO = 10$. Apskaičiuokite x, jei piramidės tūris:
a) lygus gretasienio tūriui;
b) 2 kartus mažesnis už gretasienio tūrį;
c) 2 kartus didesnis už gretasienio tūrį.



16. *Bandymas.* Iš kartono suklijuokite stačiakampį gretasienį, kurio aukštinė būtų lygi 8 cm, o pagrindas — kvadratas, kurio kraštinė lygi 6 cm. Po to iš kartono suklijuokite taisyklingąją keturkampę piramidę, kurios aukštinė būtų lygi 8 cm, o pagrindas — kvadratas, kurio kraštinė lygi 6 cm. Kiek kartų stačiakampio gretasienio tūris yra didesnis už piramidės tūrį? Atsakymą patikrinkite pripylę gretasienį smėlio, o po to perpylę jį į piramidę.

17. Po Lamanšu iškasti trys skritulio formos skerspjūvio tuneliai, kurių ilgiai yra po 50 km, o skersmenys — 8,2 m, 8,2 m ir 5 m.
a) Apskaičiuokite, kiek kubinių metrų žemės buvo iškasta ($\pi \approx 3,14$).
b) Įsivaizduokite, kad iš šio grunto supilta keturkampė piramidė, kurios pagrindo plotas 1 km^2. Kokia būtų šios piramidės aukštinė?

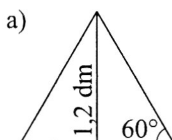
18. Užbaikite pildyti lentelę; čia r — kūgio pagrindo spindulys, h — aukštinė, l — sudaromoji, $S_{šon}$ — šoninio paviršiaus plotas, S_{pav} — viso paviršiaus plotas, V — tūris.

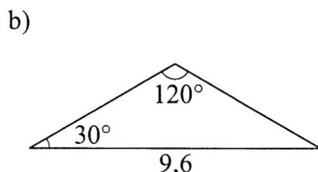
	r	h	l	$S_{šon}$	S_{pav}	V
a)	4	3				
b)	5		13			
c)			5	15π		
d)		$\sqrt{15}$	8			
e)	6			60π		
f)		3				16π
g)			10		96π	

19. Raskite kūgio tūrį ir šoninio paviršiaus plotą, kai:
a) $l = 26$, $r = 10$; b) $l = 90$, $h = 40$; c) $r = 18$, $h = 24$.

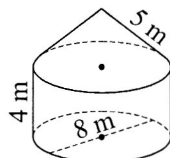
20. Statusis trikampis, kurio statiniai yra 6 cm ir 9 cm, iš pradžių sukamas apie vieną, po to apie kitą statinius. Palyginkite gautų sukinių:
a) tūrius; b) šoninius paviršius.

21. Brėžiniuose pavaizduoti kūgių skerspjūviai. Apskaičiuokite kūgių tūrius ir šoninių paviršių plotus.

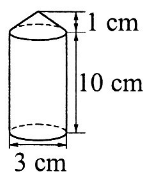
a)


b)


22. Cirko palapinės matmenys nurodyti brėžinyje. Jos forma yra ritinys su iš viršaus uždėtu kūgiu. Apskaičiuokite:
a) cirko palapinės tūrį 1 m^3 tikslumu;
b) cirko palapinės šoninio paviršiaus plotą 1 m^2 tikslumu.

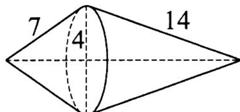


23. Žvakės matmenys parodyti brėžnyje. Kiek žvakių galima pagaminti iš 10 ℓ (1 ℓ = 1000 cm^3) vaško?

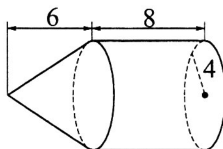


24. Apskaičiuokite kūno tūrį ir viso paviršiaus plotą:

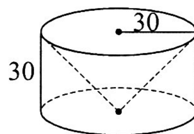
a)



b)



25. Iš ritinio, kurio aukštis yra 30 cm ir pagrindo spindulys 30 cm, išpjautas kūgis. Apskaičiuokite likusios ritinio dalies tūrį.



26. Į kūgį, kurio pagrindo spindulys lygus 5 cm, o aukštinė — 12 cm, įbrėžta taisyklingoji piramidė. Raskite piramidės tūrį, jei piramidė yra:
a) trikampė; b) keturkampė; c) šešiakampė.

27. a) Rutulio spindulys lygus R, tūris — V, o paviršiaus plotas — S. Įsitikinkite, kad rutulio tūrį galima apskaičiuoti pagal formulę $V = \frac{R}{3} \cdot S$.
b) Rutulio paviršiaus plotas lygus 500 cm^2. Apskaičiuokite rutulio spindulį 1 cm tikslumu, o po to mintinai apskaičiuokite rutulio tūrį.

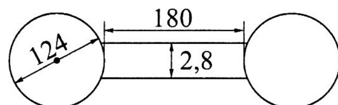
28. Rutulio paviršiaus plotas lygus 54 cm^2. Apskaičiuokite:
a) rutulio spindulio ilgį dešimtųjų tikslumu; b) rutulio tūrį 1 cm^3 tikslumu.

29. 6 cm skersmens apelsinas kainuoja 50 ct, o 8 cm — 1 Lt. Petras Besotis nutarė numalšinti alkį apelsinais. Kuriais apelsinais Besotis daugiau pripildys pilvą, jei jis apelsinams pirkti turi 6 litus. (Petras ryja apelsinus nelupęs.)

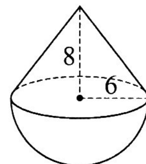
30. Rutulių paviršių santykis $S_1 : S_2 = 4 : 9$, o $V_1 = 64$. Raskite V_2.

31. Kamuolys pasiūtas iš 3 mm storio odos. Raskite kamuolio spindulį, paviršiaus plotą ir kamuolyje esančio oro tūrį dešimtųjų tikslumu, jei jo didžiojo apskritimo ilgis yra 59 cm ($\pi \approx 3,14$).

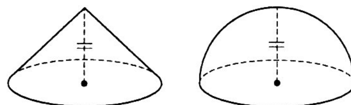
32. Svarmuo sudarytas iš dviejų rutulių, tarpusavyje sujungtų cilindro formos strypu. Svarmens skerspjūvio matmenys (milimetrais) parodyti brėžinyje. Pagal formulę $m = V \cdot \rho$ apskaičiuokite svarmens masę 0,1 kg tikslumu, jeigu medžiagos tankis yra $\rho = 7,6 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$.



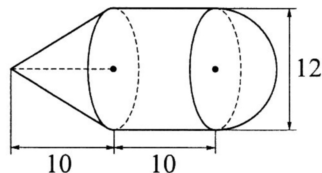
33. Raskite pavaizduoto kūno tūrį ir paviršiaus plotą, jei kūnas sudarytas iš pusrutulio ir iš viršaus uždėto kūgio.



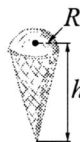
34. Pusrutulio ir kūgio pagrindo spinduliai lygūs.
a) Apskaičiuokite jų tūrių santykį, kai aukštinės yra lygios.
b) Koks turi būti kūgio aukštinės ir pagrindo spindulio ilgių santykis, kad tūriai būtų lygūs?



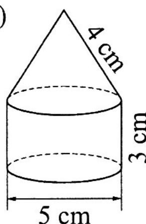
35. Kūnas sudarytas iš pusrutulio, ritinio ir kūgio. Raskite kūno tūrį.

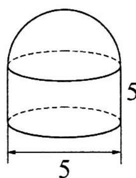


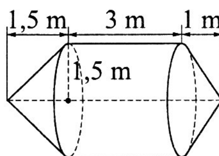
36. Ledų porcija yra kūgio formos iš viršaus uždengta pusrutuliu. Raskite jos tūrį 1 cm^3 tikslumu, kai: $R = 2{,}5\,\text{cm}$, $h = 15\,\text{cm}$.

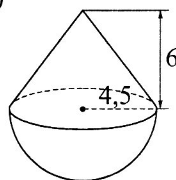


37. Raskite kūnų tūrius ir paviršiaus plotus (kūnai sudaryti iš ritinio, kūgio ir pusrutulio).

a)


b)


c)


d)


38*. Rutulį, kurio spindulys lygus 2 cm, kerta plokštuma, nuo centro nutolusi 1,5 cm. Apskaičiuokite:
a) skerspjūvio plotą 1 cm^2 tikslumu;
b) mažesniosios nuopjovos plotą ir tūrį vienetų tikslumu.
Nurodymas. Rutulio nuopjovos paviršiaus plotas lygus sferos nuopjovos ir rutulio skerspjūvio plotų sumai.

39. a) Raskite atstumą tarp miestų $A(45°\text{N})$ ir $B(15°\text{S})$, esančių viename dienovidinyje ($\pi \approx 3{,}14$).
b) Raskite atstumą tarp miestų $C(15°\text{N})$ ir $D(45°\text{N})$, esančių viename dienovidinyje ($\pi \approx 3{,}14$).

40. a) Raskite atstumą tarp miestų $C(29°\text{W})$ ir $D(11°\text{E})$, esančių vienoje 60° pietų platumos lygiagretėje ($\pi \approx 3{,}14$).
b) Raskite atstumą tarp miestų $M(45°\text{E})$ ir $N(15°\text{E})$, esančių vienoje 60° pietų platumos lygiagretėje ($\pi \approx 3{,}14$).

10. PAPRASTIEJI* PROCENTAI EKONOMIKOJE

1. Apskaičiuokite, kuriam laikui reikia paskolinti 5000 Lt, kad gautume 8000 Lt sumą, kai palūkanų norma yra: a) 12%; b) 15%; c) 16%; d) 18%.

2. Apskaičiuokite paskolos palūkanų normą, jei už trims metams pasiskolintą 4000 Lt sumą palūkanų reikės mokėti: a) 1260 Lt; b) 1380 Lt.

3. Raskite pasiskolintą sumą, jeigu po 4 metų, esant 10,5% palūkanų normai, reikės grąžinti:
a) 17 040 Lt; b) 14 200 Lt; c) 12 780 Lt; d) 17 750 Lt.

4*. Apskaičiuokite, kuriam laikui reikia investuoti tam tikrą pinigų sumą, kad gautume dvigubai didesnę sumą, kai palūkanų norma yra:
a) 8%; b) 12%; c) 15%; d) 20%.

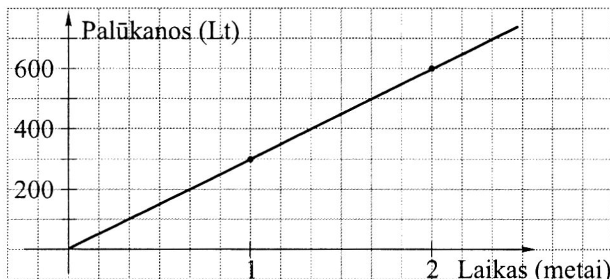
5. Raskite palūkanų normą, jeigu už:
a) 4 mėnesiams; b) 6 mėnesiams; c) 150 dienų; d) 200 dienų
pasiskolintą 30 000 Lt sumą teko sumokėti 1875 Lt palūkanų.

6. Kokia kredito palūkanų norma, jeigu už:
a) 13,5 tūkst. litų kreditą per dieną reikia mokėti 4,5 Lt palūkanų;
b) 12,6 tūkst. litų kreditą per dieną reikia mokėti 5,25 Lt palūkanų?

7. Kelioms dienoms buvo paskolinta 3000 Lt suma, jeigu skolininkas pagal susitartą 9,5% palūkanų normą sumokėjo skolintojui:
a) 76 Lt; b) 42,75 Lt; c) 95 Lt; d) 114 Lt palūkanų?

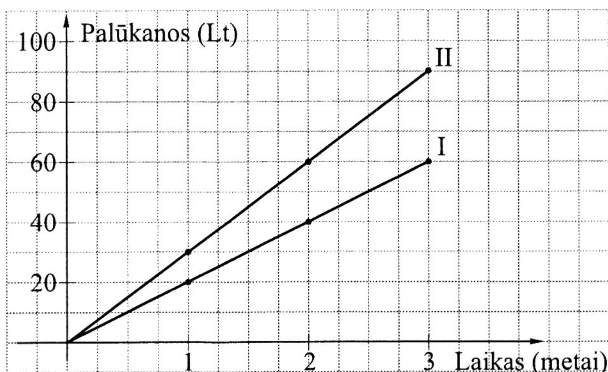
8. Pasiskolinta 4500 Lt su 8,5% palūkanų norma. Kiek litų reikės grąžinti už paskolą po:
a) 2 metų ir 12 dienų
b) 11 mėnesių ir 25 dienų
c) 1 metų 7 mėnesių ir 5 dienų
d) 3 metų 4 mėnesių ir 27 dienų?

9. Paveiksle pavaizduotas paskolos palūkanų grafikas. Remdamiesi grafiku nustatykite pasiskolintą sumą, jeigu metinės palūkanos (palūkanų norma):
a) 8%; b) 10%; c) 12%; d) 15%.



* Šio skyriaus uždaviniuose reikia skaičiuoti paprastąsias (o ne sudėtines) palūkanas.

10. Paveiksle pavaizduoti paskolų palūkanų grafikai. Remdamiesi grafikais nustatykite I ir II paskolų grąžintiną sumą po trejų metų, jeigu abiejų paskolų palūkanų norma yra po 8%.

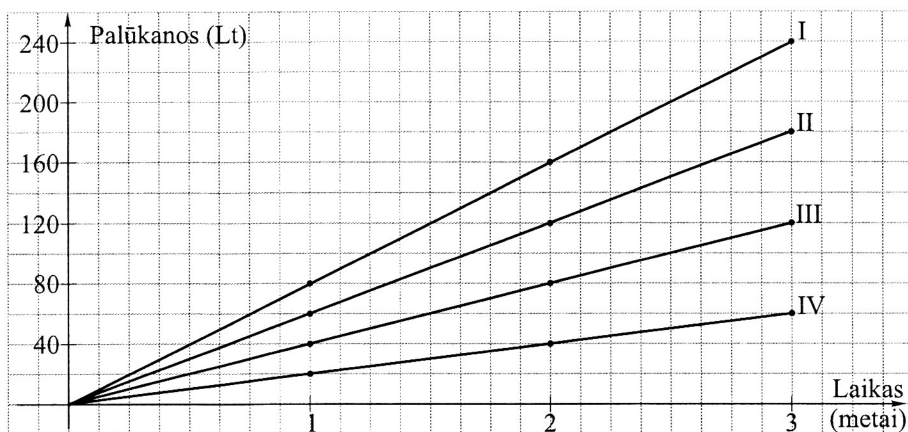


11. Paveiksle pavaizduoti 400 Lt paskolų palūkanų grafikai (I–IV). Remdamiesi šiais grafikais nustatykite, kuri paskola žmogui naudingiausia. Raskite paskolų I–IV:

a) palūkanas po metų; po dvejų metų; po trejų metų;

b) palūkanų normą;

c) grąžintiną sumą po dvejų; po trejų metų.

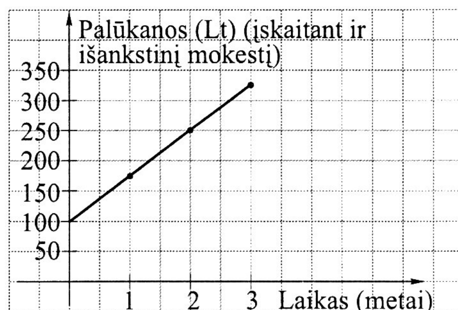


12*. Paveiksle pavaizduotas 1500 Lt paskolos trejiems metams su 5% palūkanų norma, sumokėjus iš karto 100 Lt, palūkanų grafikas.

a) Kiek palūkanų reikės mokėti po 1 metų; 2 metų; 3 metų?

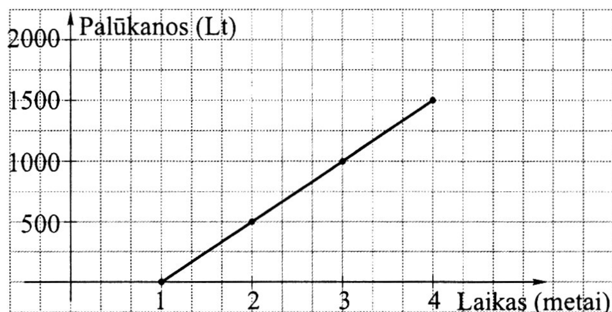
b) Kokia grąžintina suma po trejų metų?

c) Kiek faktiškai skolininkui kainavo paskola?



13*. Paveiksle pateiktas 3125 Lt paskolos beprocentės pirmaisiais metais palūkanų mokėjimo, pradedant antraisiais, grafikas.

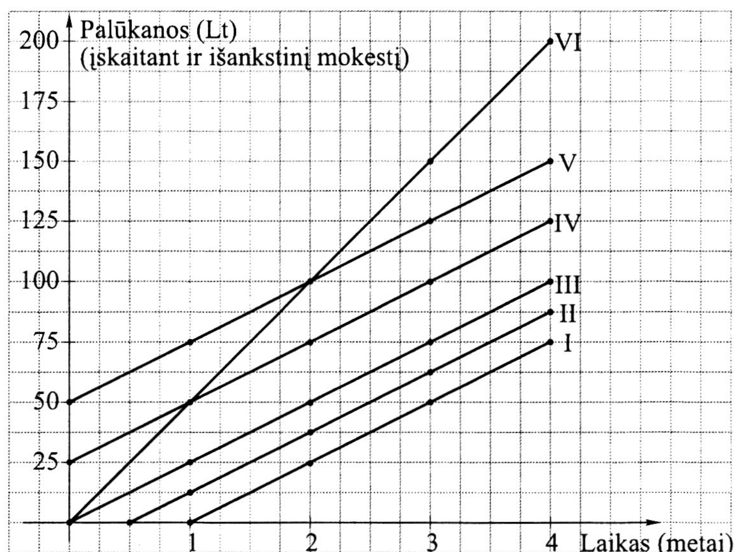
a) Kiek palūkanų reikėtų mokėti po 1 metų; 2 metų; 3 metų; 4 metų?
b) Kokia grąžintina suma po ketverių metų?
c) Kokia paskolos palūkanų norma pradedant antraisiais metais?
d) Kokia paskolos ketveriems metams vidutinė palūkanų norma?
e) Nubraižykite paskolos ketveriems metams vidutinių palūkanų grafiką.



14*. Paveiksle pavaizduoti 250 litų paskolų palūkanų grafikai (I–VI). Pagal palūkanų grafiką apibūdinkite kiekvieną paskolą I–VI ir nustatykite jos:

a) palūkanas po 4 metų;
b) grąžintiną sumą po 4 metų;
c) palūkanų normą.

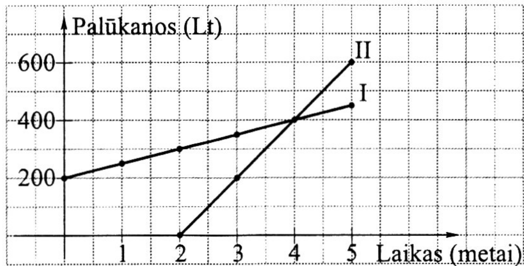
Apskaičiuokite I ir II paskolų vidutinę palūkanų normą.



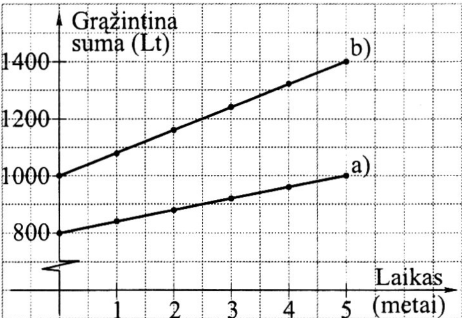
15*. Paveiksle pavaizduoti 2500 Lt paskolų penkeriems metams palūkanų grafikai (I ir II).

a) Remdamiesi grafikais apibūdinkite kiekvienos paskolos suteikimo sąlygas ir apskaičiuokite paskolos palūkanų normą.
b) Pasvarstykite, kuri paskola skolininkui naudingesnė.

c) Kiek kainavo kiekviena paskola penkeriems metams skolininkui?



16. Paveiksle pavaizduoti paskolų grąžintinų sumų grafikai. Remdamiesi grafikais ir skaičiavimais užpildykite lentelę:



	Paskola (Lt)	Palūkanų norma (%)	Palūkanos (Lt) po					Grąžintina suma (Lt) po				
			1 m.	2 m.	3 m.	4 m.	5 m.	1 m.	2 m.	3 m.	4 m.	5 m.
a)	800						200					
b)							400					

17. Užpildykite lentelę:

	Kreditas (Lt)	Palūkanų norma (%)	Palūkanos (Lt) po					Grąžintina suma (Lt) po				
			1 m.	2 m.	3 m.	4 m.	5 m.	1 m.	2 m.	3 m.	4 m.	5 m.
a)	4000	15										
b)	3000	10										
c)			200					2200				
d)				200					1450			

1) Parašykite kredito palūkanų $P(t)$ priklausomybės nuo metų skaičiaus t formulę ir nubraižykite grafiką.
2) Parašykite kredito grąžintinos sumos $K(t)$ priklausomybės nuo metų skaičiaus t formulę ir nubraižykite funkcijos $K(t)$ grafiką.

18. Užpildykite lentelę:

	Paskola (Lt)	Palūkanų norma (%)	Palūkanos (Lt) po				Grąžintina suma (Lt) po			
			1 m.	2 m.	3 m.	4 m.	1 m.	2 m.	3 m.	4 m.
a)	1500	10								
b)	2000	8								
c)		10		360						
d)		12			450					
*e)	1250					400				
*f)	2500									3700

1) Parašykite punktų a), c), e) paskolos palūkanų $P(t)$ priklausomybės nuo metų skaičiaus t formulę ir nubraižykite funkcijos $P(t)$ grafiką.
2) Parašykite punktų b), d), f) paskolos grąžintinos sumos $S(t)$ priklausomybės nuo metų skaičiaus t formulę ir nubraižykite funkcijos $S(t)$ grafiką.

19. Jeigu pasiskolintoji pinigų suma S sutartajam laikotarpiui T su palūkanų norma p yra t metų m mėnesių ir d dienų, tai palūkanas ir grąžintiną sumą atitinkamai galima apskaičiuoti pagal formulę:

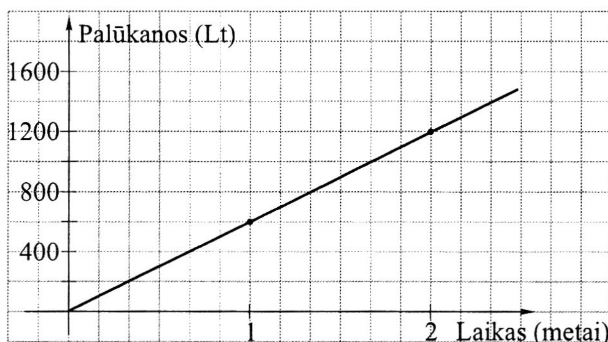
a) $P_T = \frac{S \cdot p}{36\,000}(360t + 30m + d)$;

b) $S_T = \frac{S \cdot p}{36\,000}\left(\frac{36\,000}{p} + 360t + 30m + d\right)$.

Išveskite šias formules.

20. Paveiksle pavaizduotas 5000 Lt paskolos palūkanų grafikas. Pagal grafiko duomenis apskaičiuokite paskolos palūkanų normą ir grąžintiną sumą po:

a) 3 mėnesių; 8 mėnesių;
b) 50 dienų; 280 dienų;
c) 7 mėnesių ir 5 dienų; 11 mėnesių ir 20 dienų;
d) 1 metų 4 mėnesių ir 25 dienų; 2 metų 9 mėnesių ir 2 dienų.



21. Paskolos grąžintiną sumą (litais) $S(t)$ priklausomai nuo laiko t (metais) galima apskaičiuoti pagal formulę $S(t) = 12\,000 + 1920t$, $t \leqslant 5$.
a) Apskaičiuokite paskolos palūkanų normą.
b) Parašykite formulę, pagal kurią galima apskaičiuoti paskolos grąžintiną sumą $S(m)$ priklausomai nuo mėnesių skaičiaus m.
c) Parašykite formulę, pagal kurią galima apskaičiuoti paskolos grąžintiną sumą $S(d)$ priklausomai nuo dienų skaičiaus d.

22. Kredito grąžintiną sumą (litais) $K(t)$ galima apskaičiuoti priklausomai nuo laiko t (metais) pagal formulę $K(t) = 15\,000 + 1800t$, $t \leqslant 4$.
a) Apskaičiuokite kredito palūkanų normą.
b) Parašykite formulę, pagal kurią galima apskaičiuoti kredito grąžintiną sumą $K(m)$ priklausomai nuo mėnesių skaičiaus m.
c) Parašykite formulę, pagal kurią galima apskaičiuoti kredito grąžintiną sumą $K(d)$ priklausomai nuo dienų skaičiaus d.

23. Paskolos palūkanas P (litais) galima apskaičiuoti priklausomai nuo laiko d (dienomis) pagal formulę $P(d) = 6{,}5d$, $d \leqslant 2160$. Parašykite formulę, pagal kurią galima apskaičiuoti paskolos palūkanas priklausomai nuo:
a) mėnesių skaičiaus m; b) metų skaičiaus t.

24. Kredito palūkanas K (litais) galima apskaičiuoti priklausomai nuo laiko m (mėnesiais) pagal formulę $K(m) = 180m$, $m \leqslant 36$. Parašykite formulę, pagal kurią galima apskaičiuoti kredito palūkanas priklausomai nuo:
a) metų skaičiaus t; b) dienų skaičiaus d.

25. Užpildykite lentelę:

	Paskola (Lt)	Palūkanų norma (%)	Palūkanos (Lt) po			Grąžintina suma (Lt) po		
			1 m.	2 m.	3 m.	1 m.	2 m.	3 m.
a)			3600	7200		27 600	31 200	
b)			2520		7560	23 520		28 560

Pagal lentelės duomenis parašykite formules paskolos palūkanoms P (litais) ir grąžintinai sumai S (litais) apskaičiuoti priklausomai nuo metų skaičiaus t; mėnesių skaičiaus m; dienų skaičiaus d.

26. Paimtas 30 tūkst. litų kreditas su 17% metinių palūkanų. Parašykite formulę, pagal kurią galima apskaičiuoti mokamas palūkanas po t metų m mėnesių ir d dienų. Pagal parašytą formulę apskaičiuokite palūkanas, kai:
a) $t = 3$, $m = 4$, $d = 28$ b) $t = 4$, $m = 11$, $d = 2$
c) $m = 2$, $d = 17$ d) $m = 15$, $d = 1000$

27. Pasiskolinta 12 tūkst. litų su 12% metinių palūkanų. Parašykite formulę, pagal kurią galima apskaičiuoti grąžintiną sumą po t metų m mėnesių ir d dienų. Pagal formulę apskaičiuokite grąžintiną sumą, kai:
a) $t = 2$, $m = 10$, $d = 13$ b) $t = 3$, $d = 25$ c) $m = 11$, $d = 4$
d) $m = 30$ e) $d = 500$ f) $t = 2{,}25$

28. Po vienerių, dvejų, trejų, ketverių, ... metų tam tikro pastovaus dydžio kredito grąžintinos sumos yra 16 800 Lt, 18 600 Lt, 20 400 Lt, 22 200 Lt, ...
a) Kokio dydžio yra kreditas?
b) Kokia kredito palūkanų norma?
c) Kokia kredito grąžintina suma yra po septynerių; devynerių metų?
d) Po kiek metų kredito grąžintina suma bus 29 400 Lt; 33 000 Lt?
e) Per kiek laiko reikia grąžinti kreditą, kad grąžintina suma neviršytų dvigubo kredito; trigubo kredito?
f) Nubraižykite paskolos palūkanų grafiką.

29. Bankas suteikė verslininkui 36 tūkst. litų paskolą vieneriems metams, iš karto atsiimdamas iš tos sumos $11\frac{1}{9}\%$ palūkanų (suteikė vadinamąją *diskontuotą paskolą*).
a) Kiek litų palūkanų kainavo verslininkui gauta paskola?
b) Kokią sumą gavo verslininkas į rankas?
c) Kokia banko faktinė palūkanų norma?

30. Bankas suteikė:
a) 20 000 Lt; b) 15 000 Lt; c) 12 000 Lt; d) 8000 Lt
kreditą vieneriems metams, iš karto atsiimdamas iš tos sumos 15% palūkanų. Kokia suma gauta į rankas? Kokia faktinė palūkanų norma?

31. Bankas suteikė 40 000 Lt paskolą dvejiems metams, išskaičiuodamas
a) 20%; b) 22%; c) 24%; d) 25%
palūkanų (suteikė vadinamąją diskontuotą paskolą). Kokia suma gauta į rankas? Kokia faktinė palūkanų norma (šimtosios tikslumu)?

32. Bankas suteikė verslininkui 50 000 Lt kreditą
a) 1,5 metų; b) 2,5 metų; c) 15 mėnesių; d) 21 mėnesiui
iš karto atsiimdamas iš tos sumos 25% palūkanų (suteikė vadinamąjį diskontuotą kreditą). Kokia banko faktinė palūkanų norma (tūkstantosios tikslumu)?

33. Pasiskolinta 12 000 Lt už 10% metines pastoviąsias palūkanas. Paskola grąžinama lygiomis dalimis kas pusmetį sumokant skolą ir palūkanas per:
a) 3 metus; b) 2,5 metų.
Sudarykite paskolos grąžinimo planą pagal schemą:

Pusmečiai	Palūkanos (Lt)	Paskolos grąžinimo suma (Lt)	Skolos likutis (Lt)
1			
2			
...			
Iš viso:			

34. Paimta 7500 Lt paskola su:
a) 9%; b) 10,4%
metinėmis pastoviosiomis palūkanomis. Paskolą reikia grąžinti po pusės metų kas mėnesį sumokant tik palūkanas. Sudarykite paskolos grąžinimo planą pagal schemą:

Mėnesiai	Palūkanos (Lt)	Paskolos grąžinimo suma (Lt)	Skolos likutis (Lt)
1			
2			
...			
Iš viso:			

35. Obligacija, kuri bus išperkama po pusės metų su 9,5% palūkanų norma, kainuoja:
a) 23,87 Lt; b) 95,47 Lt; c) 119,33 Lt; d) 71,6 Lt.
Kiek litų palūkanų sumokės bankas obligacijos turėtojui išpirkdamas obligaciją?

36. Vyriausybės taupymo lakštas, kuris bus išperkamas po devynių mėnesių su 10% palūkanų norma, kainuoja:
a) 93,02 Lt; b) 139,53 Lt; c) 186,05 Lt; d) 232,56 Lt.
Kokia vyriausybės taupymo lakšto nominalioji vertė?

37. 100 Lt nominaliosios vertės obligacija, kuri bus išperkama po 292 dienų, šiandien kainuoja:
a) 93,63 Lt; b) 93,28 Lt; c) 92,94 Lt; d) 92,59 Lt.
Su kokia palūkanų norma (dešimtosios tikslumu) išperkama obligacija?

<u>38.</u> Banke obligacija, kuri bus išperkama po 250 dienų su 9,5% palūkanų norma, kainuoja:
a) 9,39 Lt; b) 23,47 Lt; c) 70,42 Lt; d) 93,89 Lt.
Kokia obligacijos nominalioji vertė?

<u>39.</u> Obligacijos, kuri bus išperkama po 300 dienų su:
a) 9%; b) 10%; c) 11%; d) 12% palūkanų norma
nominalioji vertė yra 200 Lt. Už kiek litų parduodama obligacija?

<u>40.</u> Obligacija, kurios nominalioji vertė 50 Lt, bus išperkama su 10,5% palūkanų norma. Šiandien obligacija parduodama už:
a) 48,60 Lt; b) 47,93 Lt; c) 47,54 Lt; d) 46,65 Lt.
Po kiek dienų (vieneto tikslumu) bus išpirkta obligacija?

41. Vyriausybei reikia pasiskolinti iš gyventojų 1,5 metų laikotarpiui 120 mln. litų. Už kiek litų reikia atlikti eilinę taupymo lakštų emisiją su palūkanų norma:
a) 10%; b) 10,5%; c) 12%; d) 11,5%?

42. Vyriausybė eilinei emisijai išleido už 50 milijonų litų obligacijų su 10% palūkanų norma:
a) pusės metų; *b) devynių mėnesių terminui.
Kiek litų (vieneto tikslumu) gauta išplatinus visas obligacijas?

<u>43.</u> Vyriausybei reikia pasiskolinti 20 mln. litų:
a) 250 dienų; b) 300 dienų; c) 200 dienų; d) 320 dienų.
Už kiek litų (dešimčių tikslumu) reikia atlikti eilinę taupymo lakštų emisiją su 11% palūkanų norma?

44. Eiline emisija išleista už 25 mln. litų obligacijų su 15% palūkanų norma:
a) 250 dienų; b) 300 dienų terminui.
Kiek litų (vieneto tikslumu) gauta pardavus visas obligacijas?

45. Jonaitis už 892,85 Lt nusipirko penkis taupymo lakštus, kurių kiekvieno nominalioji vertė 200 Lt ir kurie bus išperkami po metų, o Petraitis 900 Lt paskolino kaimynui metams laiko su 11,5% palūkanų norma.
a) Kokia taupymo lakštų palūkanų norma?
b) Kiek palūkanų gavo Jonaitis po metų pardavęs taupymo lakštus bankui?
c) Kiek palūkanų gavo Petraitis iš kaimyno už paskolą?
d) Su kokia palūkanų norma (tūkstantosios tikslumu) turėtų Petraitis paskolinti pinigus kaimynui, kad gautų tiek pat palūkanų, kiek ir Jonaitis?

46. Kas naudingiau:
a) ar po 47 Lt 62 ct pirkti 10 obligacijų, kurių kiekvienos nominalioji vertė 50 litų, iki išpirkimo termino likus pusei metų, ar šiuos pinigus paskolinti verslininkui pusei metų su 12% palūkanų norma?
b) ar po 97 Lt 9 ct pirkti 20 obligacijų, kurių kiekvienos nominalioji vertė 100 litų, iki išpirkimo termino likus metų ketvirčiui, ar šiuos pinigus paskolinti verslininkui metų ketvirčiui su 11,5% palūkanų norma?

47. Kas naudingiau:
a) ar pirkti 50 Lt nominaliosios vertės taupymo lakštą už 47,17 Lt iki išpirkimo likus 219 dienų, ar 75 Lt nominaliosios vertės taupymo lakštą už 71,07 Lt iki išpirkimo likus 200 dienų?
b) ar pirkti 100 Lt nominaliosios vertės taupymo lakštą už 91,24 Lt iki išpirkimo likus 292 dienoms, ar 150 Lt nominaliosios vertės taupymo lakštą už 137,05 Lt iki išpirkimo likus 295 dienoms?

48. Akcija, kurios nominalioji vertė 20 Lt, šiandien biržoje parduodama už:
a) 18 Lt; b) 19,5 Lt; c) 21,4 Lt; d) 20,75 Lt; *e) x Lt.
Koks akcijos kursas, išreikštas procentais nominaliosios vertės atžvilgiu?

49. Akcija, kurios kursas 4% mažesnis už nominaliąją vertę, šiandien parduodama už:
a) 19,2 Lt; b) 24 Lt; c) 28,8 Lt; d) 144 Lt; *e) x Lt.
Kokia akcijos nominalioji vertė?

50. Akcija, kurios kursas 6% didesnis už nominaliąją vertę, šiandien parduodama už:
a) 15,9 Lt; b) 42,4 Lt; c) 53 Lt; d) 79,5 Lt; *e) x Lt.
Kokia akcijos nominalioji vertė?

51. Kiek buvo sumokėta už 5 akcijas, kurių kiekvienos nominalioji vertė 25 Lt, jeigu jos buvo pirktos akcijų kursui esant 5% mažesniam už nominaliąją vertę?
A 125 Lt **B** 120 Lt **C** 118,75 Lt **D** 118,25 Lt **E** 117,5 Lt

52. Pirkta 10 akcijų, kurių kiekvienos nominalioji vertė 50 Lt.
a) Akcijos pirktos po 45 Lt, o parduotos kursu, 10% mažesniu negu nominalioji vertė.
b) Akcijos pirktos po 54 Lt, o parduotos kursu 8% didesniu negu nominalioji vertė.
Koks kiekvienu atveju gautas pelnas (ar patirtas nuostolis)?

53. Antanaitis buvo pirkęs 15 akcijų, mokėdamas nominaliąją akcijos vertę. Antanaičiui prireikė pinigų ir jis pardavė visas šias akcijas Juozaičiui su 5% nuolaida, gaudamas už akciją po:
a) 23,75 Lt; b) 71,25 Lt.
Kokį nuostolį patyrė Antanaitis?

54. Saulaitis buvo pirkęs 50 akcijų, kurių kiekvienos nominalioji vertė 20 Lt, kai šių akcijų kursas buvo 20% mažesnis už nominaliąją vertę. Saulaičiui pavyko šias akcijas parduoti, kai jų kursas buvo didesnis už nominaliąją vertę:
a) 15%; b) 24%.
Kiek litų uždirbo Saulaitis pardavęs šias akcijas ir kiek procentų sudaro Saulaičio pelnas?

55*. Žmogus pirko 40 akcijų, kurių kiekvienos nominalioji vertė 50 Lt, kai šių akcijų kursas buvo 18% mažesnis už nominaliąją vertę. Kokiam šių akcijų kursui esant žmogus turi parduoti visas akcijas, kad jo pelnas būtų:
a) didesnis negu 10% b) ne mažesnis negu 15%
c) tarp 10% ir 15% d) tarp 15% ir 20%?

56. Keraitis pirko biržoje akcijų, kai jų kursas buvo 7% mažesnis už nominaliąją vertę, o pardavė jas po 262,2 Lt, kai jų kursas buvo 5% didesnis už nominaliąją vertę.
a) Kiek litų uždirbo Keraitis už vieną akciją?
b) Kiek procentų (šimtųjų tikslumu) sudarė Keraičio pelnas už vieną akciją?

57. Juodaitis pirko biržoje akciją, kai jos kursas buvo 12% mažesnis už nominaliąją vertę, o pardavė ją už 205 Lt, kai jos kursas buvo 2,5% didesnis už nominaliąją vertę.
a) Kiek litų uždirbo Juodaitis už akciją?
b) Kiek procentų (šimtųjų tikslumu) sudarė Juodaičio pelnas už akciją?

58. Pirktos 8 vienodos akcijos, kurių bendra nominalioji vertė 600 Lt, kai jų kursas buvo 10% mažesnis negu nominalioji vertė. Po kurio laiko akcijos buvo parduotos. Koks buvo akcijų kursas procentais jas parduodant, jeigu už akcijas buvo gautas:
a) 8%; b) 10%; c) 12%; d) 14%
pelnas nuo akcijos pirkimo kainos?

59*. Ponia Filomena pirko 10 vienodų akcijų, kai jų kursas buvo 2% didesnis negu nominalioji vertė. Prireikus pinigų ji pardavė visas akcijas poniai Agnei su 3% nuolaida nuo akcijos nominaliosios vertės, gaudama po 48,5 Lt už akciją. Ponia Agnė metų pabaigoje gavo:
a) 3%; b) 4%; c) 5%; d) 6%
akcijų nominaliosios vertės dividendų. Kokį nuostolį turėjo ponia Filomena, pardavusi akcijas? Kiek dividendų (litais) gavo ponia Agnė?

60*. Algimantas, Armantas ir Aurimas įsteigė akcinę bendrovę „Algimantas ir partneriai“, kurios įstatinį kapitalą sudarė 250 Algimanto, 200 — Armanto ir 150 — Aurimo akcijų. Buvo sutarta, kad vienos akcijos vertė yra 50 Lt. Per metus bendrovė „Algimantas ir partneriai“ turėjo 6% grynojo pelno nuo įstatinio kapitalo.
a) Po kiek litų sudėjo Algimantas, Armantas ir Aurimas steigdami akcinę bendrovę?
b) Koks akcinės bendrovės „Algimantas ir partneriai“ įstatinis kapitalas?
c) Koks akcinės bendrovės grynasis pelnas per metus?

d) Po kiek litų dividendų (grynojo pelno) gavo kiekvienas akcinės bendrovės partnerių?
Pastaba. Grynasis pelnas vienai akcijai skaičiuojamas dalijant visą grynąjį pelną iš visų akcijų skaičiaus.

61*. Keturi draugai Vaidas, Valdas, Vidas ir Vilius įsteigė akcinę bendrovę „Vaidas ir Co", kurios įstatinį kapitalą pasidalijo taip: Vaidui teko 180, Valdui — 140, Vidui — 150, Viliui — 130 akcijų. Vienos akcijos vertė yra 20 Lt. Per metus akcinė bendrovė „Vaidas ir Co" turėjo:
a) 8% pelno; b) 17% pelno; c) 7% nuostolio; d) 2% nuostolio
nuo įstatinio kapitalo. Po kiek litų pelno (nuostolio) turėjo (patyrė) kiekvienas akcininkų?

62. Kokią sumą sumoka bankas už:
a) 500 Lt vekselį, likus 60 dienų iki jo apmokėjimo termino, jeigu diskonto norma 8%;
b) 1200 Lt vekselį, likus 150 dienų iki jo apmokėjimo termino, jeigu diskonto norma 8,4%;
c) 1500 Lt vekselį, likus 120 dienų iki jo apmokėjimo termino, jeigu diskonto norma 8,5%;
d) 2500 Lt vekselį, likus 40 dienų iki jo apmokėjimo termino, jeigu diskonto norma 9%?

63. Žmogus turi 4000 Lt vekselį, kurį reikia diskontuoti likus 45 dienoms iki apmokėjimo termino. Apskaičiuokite diskontuoto vekselio kainą, jeigu diskonto norma:
a) 8%; b) 8,5%; c) 9%; d) 9,5%.

64. 1600 Lt vekselis parduodamas su 9% diskonto norma. Kokia yra diskonto suma, jeigu iki vekselio apmokėjimo termino liko 100 dienų:
A 40 Lt **B** 60 Lt **C** 100 Lt **D** 1540 Lt **E** 1560 Lt

65. Kokią sumą sumoka bankas už 3000 Lt vekselį, diskontuojamą su 10,5% palūkanomis likus iki vekselio apmokėjimo termino:
a) 70 dienų; b) 100 dienų; c) 133 dienoms; d) 173 dienoms?

66. Užpildykite lentelę:

	Vekselio vertė (Lt)	Diskonto norma (%)	Laikas iki vekselio apmokėjimo (dienos)	Diskonto suma (Lt)	Diskontuoto vekselio kaina (Lt)
a)	1500	8,2	30		
b)		8		40	2460
c)		9,5	54	28,5	
d)			90	72	3128

67*. Kovo 10 dieną diskontuojamas vekselis su 9,5% diskonto norma. Apskaičiuokite vekselio kainą, jeigu:
a) 3500 Lt vekselio mokėjimo terminas — tų pačių metų spalio 3 d.;
b) 2000 Lt vekselio mokėjimo terminas — tų pačių metų rugpjūčio 27 d.;
c) 1500 Lt vekselio mokėjimo terminas — kitų metų sausio 17 d.;
d) 2500 Lt vekselio mokėjimo terminas — kitų metų vasario 11 d.

68*. Jurgaičiui liepos 24 d. prireikė pinigų ir jis diskontavo su 10,5% diskonto norma 500 Lt vekselį, kurio mokėjimo terminas yra tų pačių metų lapkričio 13 d., ir su 11% diskonto norma 600 Lt vekselį, kurio mokėjimo terminas yra kitų metų vasario 19 d. Kiek pinigų gavo Jurgaitis, pardavęs abu vekselius?

69. Skalbimo mašiną galima pirkti išsimokėtinai už 600 Lt pradinį įnašą ir vienerius metus mokant mėnesinius įnašus po:
a) 90 Lt; b) 95 Lt; c) 100 Lt; d) 105 Lt.
Kiek kainuos skalbimo mašina, perkant ją išsimokėtinai?

70. Muzikinį centrą galima pirkti išsimokėtinai už 400 Lt pradinį įnašą ir 50 Lt mėnesinius įnašus. Kiek kainuoja muzikinis centras perkant jį išsimokėtinai, jeigu įnašus reikia mokėti:
a) 8 mėnesius; b) 11 mėnesių?

71. Šaldiklis kainuoja 1500 Lt. Perkant išsimokėtinai — 20% brangiau, užtat pradinis įnašas tik 600 Lt, o išsimokėti reikia per:
a) 8 mėnesius; b) 15 mėnesių; c) 10 mėnesių; d) 12 mėnesių.
Apskaičiuokite mėnesinio įnašo sumą.

72. Šaldytuvo kainą išsimokėtinai sudaro pradinis įnašas 600 Lt, o mėnesinės įmokos po 50 Lt mokant:
a) du metus; b) pustrečių metų.
Kokia šaldytuvo mažmeninė kaina, jeigu kaina išsimokėtinai 20% didesnė už šaldytuvo mažmeninę kainą?

73. Baldų komplekto mažmeninė kaina yra 1800 Lt. Perkant jį išsimokėtinai jis atsieina $16\frac{2}{3}$% brangiau, užtat reikia mokėti iš karto tik 660 Lt pradinį įnašą ir kas mėnesį įnašus po:
a) 90 Lt; b) 80 Lt; c) 72 Lt; d) 60 Lt.
Per kiek laiko bus sumokėta už komplektą perkant jį išsimokėtinai?

74. Jeigu magnetofono, kurio mažmeninė kaina yra 400 Lt, pirkimo išsimokėtinai kaina 22,5% didesnė už mažmeninę kainą, o pradinis įnašas yra 130 Lt, tai kokie turi būti vienodi mėnesiniai įnašai, mokant juos aštuonis mėnesius?
A 30 Lt **B** 35 Lt **C** 40 Lt **D** 45 Lt **E** 50 Lt

75. Kompiuteris kainuoja 4000 Lt. Perkant išsimokėtinai pradinis įnašas sudaro 1600 Lt ir 2 metus reikia mokėti mėnesinius įnašus po:
a) 120 Lt; b) 125 Lt; c) 130 Lt; d) 134 Lt.
Kokia kompiuterio pirkimo išsimokėtinai palūkanų norma?

76. Svetainės baldų komplektas kainuoja 4900 Lt. Perkant išsimokėtinai pradinis įnašas yra 1700 Lt ir 200 Lt mėnesinius įnašus reikia mokėti:
a) 18 mėnesių; b) 19 mėnesių; c) 20 mėnesių; d) 22 mėnesius.
Kokia svetainės baldų komplekto pirkimo išsimokėtinai palūkanų norma?

77. „Vaizdo“ prekybos centras videoaparatūrą parduoda išsimokėtinai už 599 Lt pradinį įnašą pusantrų metų mokant po 50 Lt mėnesinius įnašus, o „Garso“ prekybos centras tą pačią aparatūrą — už 429 Lt pradinį įnašą ir du metus mokant po 45 Lt mėnesinius įnašus. Kuriame prekybos centre naudingiau pirkti šią videoaparatūrą?

78*. „Beržo“ baldų salonas sofą parduoda išsimokėtinai už 499 Lt pradinį įnašą ir metus mokant po 65 Lt mėnesinius įnašus, o „Uosio“ baldų salonas tą pačią sofą už 343 Lt pradinį įnašą pusantrų metų mokant po 52 Lt mėnesinius įnašus. Kuriame baldų salone naudingiau pirkti šią sofą?

79. Lizingo bendrovė siūlo galima įsigyti lengvąjį automobilį, kurio kaina 60 000 Lt. Lizingo sąlygos: pradinis įnašas 30% transporto priemonės kainos, vienkartinis administracinis mokestis 1% transporto priemonės kainos, o 3 metų įmokos — kas mėnesį po 1425 Lt. Kokia lizingu įsigyjamo lengvojo automobilio kaina pirkėjui?
Pastaba. Lizingas — finansinė operacija, kai lizingo įmonė perduoda juridiniam arba fiziniam asmeniui valdyti ir naudoti jai priklausantį turtą (automobilius, žemės ūkio techniką, organizacinę techniką, nekilnojamąjį turtą, įrengimus ir kt.), kurį išpirkus fizinis asmuo tampa jo savininku.

80. Lizingu įsigyjamas vilkikas, kurio kaina 400 000 Lt. Lizingo sąlygos: pradinis įnašas 25% transporto priemonės kainos, vienkartinis administracinis mokestis 1% transporto priemonės kainos, o 5 metų įmokos — kas ketvirtį po 20 870 Lt. Kiek kainuoja lizingu įsigyjamas vilkikas?

81. Lentelėje pateikti 60 000 Lt kainuojančio lengvojo automobilio, įsigyjamo lizingu, mokėjimų duomenys:

Automobilio kainos pradinė įmoka (%)	2 metai (24 mėnesiai, 8 ketvirčiai)	
	Įmokos kas mėnesį (Lt)	Įmokos kas ketvirtį (Lt)
10	2580	7815
15	2437	7381
20	2293	6946
25	2150	6512
30	2007	6078

Be to, įsigyjant automobilį lizingu, reikia mokėti vienkartinį administracinį mokestį, kuris sudaro 1% įsigijamo lengvojo automobilio kainos.
Kiek kainuoja lengvasis automobilis, įsigyjamas lizingu per du metus įmokomis
a) kas mėnesį su 15 procentų pradine įmoka;
b) kas ketvirtį su 20 procentų pradine įmoka;
c) kas mėnesį su 25 procentų pradine įmoka;
d) kas ketvirtį su 30 procentų pradine įmoka?

82. Šaldytuvo kaina be pridėtosios vertės mokesčio (PVM) yra:
a) 1650 Lt; b) 1720 Lt.
Kiek litų šis šaldytuvas kainuoja su PVM?

83. Įstaiga išnuomoja patalpas nuomininkui ir, sumokėjusi PVM, nori turėti pajamų:
a) 200 Lt; b) 250 Lt; c) 300 Lt; d) 450 Lt.
Kiek litų atsieina patalpos nuomininkui?

84. Lengvasis automobilis kainuoja:
a) 60 tūkst. litų; b) 75 tūkst. litų.
Kiek litų sudaro PVM ir kokia automobilio kaina būtų be PVM?

85. Kiek kainuoja batai, jeigu pridėtosios vertės mokestis už batų porą sudaro:
a) 27 Lt; b) 33,48 Lt?

86*. Parodykite, kad jeigu prekė kainuoja A Lt, tai:
a) pridėtosios vertės mokestis sudaro $\frac{9A}{59}$ Lt;
b) kaina be pridėtosios vertės mokesčio sudaro $\frac{50A}{59}$ Lt.

87. Užpildykite lentelę:

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
Prekės kaina be PVM (Lt)	25			0,34			x	
PVM (Lt)		25			0,85			x
Prekės kaina su PVM (Lt)			25			0,93		

88. a) Kostiumo mažmeninė kaina yra 558 Lt, o didmeninė — 450 Lt. Kiek pajamų (lito tikslumu) turėjo parduotuvė, pardavusi 100 tokių kostiumų ir sumokėjusi PVM?
b) Svetainės komplekto didmeninė kaina yra 4000 Lt, o mažmeninė — 4800 Lt. Kiek pajamų (lito tikslumu) turėjo parduotuvė, pardavusi 10 tokių komplektų ir sumokėjusi PVM?

89. Prekės mažmeninė kaina yra 39,99 Lt. Kokia buvo prekės didmeninė kaina, jeigu pardavus ją ir sumokėjus PVM pajamos sudarė:
a) 8 Lt; b) 7,5 Lt; c) 7 Lt; d) 6,5 Lt; e) 8,5 Lt?

Pavyzdys. e) Prekės PVM sudaro $\frac{39{,}99 \cdot 18}{118} = 6{,}10016 \approx 6{,}1$ (Lt). Prekės didmeninė kaina $39{,}99 - 6{,}1 - 8{,}5 = 25{,}39$ (Lt).
Atsakymas. 25,39 Lt.

90. Parduotuvė įsigijo prekę už 20 Lt. Kokia kaina ji turi parduoti prekę, kad parduotuvės pajamos už vieną parduotą prekę, sumokėjus PVM, sudarytų:
a) 5 Lt; b) 4 Lt; c) 3 Lt; d) 6 Lt; e) 4,5 Lt?

Pavyzdys. e) Sakykime, kad prekės mažmeninė kaina turi būti x Lt, tada PVM — $\frac{x \cdot 18}{118}$ (Lt).
Pagal sąlygą: $x - \frac{18x}{118} - 20 = 4{,}5$; $x = 28{,}91$.
Atsakymas. 28,91 Lt.

91. Prekės didmeninė kaina yra:
a) 420 Lt; b) 150 Lt; c) 1200 Lt; d) 2800 Lt; e) 2000 Lt.
Parduotuvė, pardavusi prekę ir sumokėjusi PVM, nori turėti 10% didmeninės kainos pajamų. Kokia turi būti prekės mažmeninė kaina?

Pavyzdys. e) Sakykime, kad prekės mažmeninė kaina turi būti x Lt, tada PVM — $\frac{x \cdot 18}{118}$ (Lt). 10% nuo 2000 Lt sudaro 200 (Lt).
Pagal sąlygą: $x - \frac{18x}{118} - 2000 = 200$, $x = 2596$.
Atsakymas. 2596 Lt.

92*. Prekės didmeninė kaina yra A Lt. Koks turi būti procentinis antkainis p, kad, sumokėjusi PVM, parduotuvė turėtų ne mažesnes kaip a Lt pajamas už šią prekę?

93. Parodos organizatoriai išplatino tokią informaciją:

MES NUOMOJAME PARODOS PLOTĄ: Registracijos mokestis – 200,- Lt. + 18% PVM			
	Kaina už 1 m^2	Kampinis stendas + 10%	Užsakomas plotas, m^2
Įrengtas plotas salėje (min. 6m^2)	170,– Lt. + 18% PVM	□	........m x........m = ...m^2
Neįrengtas plotas salėje	140,– Lt. + 18% PVM	□	........m x........m = ...m^2
Neįrengtas plotas lauke	80,– Lt. + 18% PVM		........m x........m = ...m^2
Užsakant daugiau kaip 100 m^2 taikoma 30% nuolaida, 50 m^2 – 15%, 30 m^2 – 10%, 20m^2 – 5%			

Kiek kainuoja firmai parodos ploto užsakymas, jeigu firma pageidauja:
a) neįrengto 8 m × 6,5 m ploto salėje;
b) neįrengto 13,5 m × 10 m ploto lauke;
c) įrengto 4 m × 3 m ploto salėje su kampiniu stendu;
d) neįrengto 6 m × 4,5 m ploto salėje su kampiniu stendu ir neįrengto 6,5 m × 5 m ploto lauke?

94. Kiek procentų prekės mažmeninės kainos sudaro PVM?
A 18% **B** 82% **C** $84\frac{54}{59}$% **D** $15\frac{15}{59}$% **E** $15\frac{5}{59}$%

95. Firmos pajamos 39 tūkst. litų, o išlaidos:
a) 38,7 tūkst. litų; b) 38,93 tūkst. litų; c) 39 tūkst. litų; d) 39,1 tūkst. litų.
Koks firmos pelno mokestis, jeigu pelno mokesčio tarifas 24%?

96. Įmonės grynasis pelnas 1520 Lt. Koks įmonės pelnas, jeigu pelno mokesčio tarifas:
a) 29%; b) 24%; c) 10%; *d) p%?

97. Dirbtuvės grynasis pelnas 420 Lt. Koks įmonės pelno mokestis, jeigu jo tarifas:
a) 29%; b) 24%; c) 10%; *d) p%?

98. Uždarosios akcinės bendrovės grynasis pelnas 852 Lt, o pelno mokestis 348 Lt. Koks UAB pelno mokesčio tarifas?
A 10% **B** 18% **C** 24% **D** 29% **E** ≈ 40,85%

99. Užpildykite lentelę:

	Pajamos (Lt)	Išlaidos (Lt)	Pelnas (Lt)	Pelno mokesčio tarifas (%)	Pelno mokestis (Lt)	Grynasis pelnas (Lt)
a)	12 000	10 300		29		
b)	6800	6150			156	
c)		8200		24	132	
d)	4125			29	152,25	
*e)		4500	515			391,4
*f)	9520			29		284

100. Prekės didmeninė kaina 20 Lt, o mažmeninė:
a) 28 Lt; b) 29 Lt; c) 27,5 Lt; d) 28,5 Lt.
Parduotuvės išlaidas parduodant prekę sudaro PVM, o taip pat kitos išlaidos, kurios lygios 25% prekės antkainio. Koks parduotuvės grynasis pelnas pardavus prekę, jeigu pelno mokesčio tarifas 29%?

101*. Prekės didmeninė kaina 6 Lt. Parduotuvė, pardavusi kiekvieną prekę, sumokėjusi PVM ir padengusi kitas prekybos išlaidas, kurios sudaro apytiksliai trečdalį $\left(33\frac{1}{3}\%\right)$ prekės antkainio, nori, kad jai liktų grynojo pelno:
a) 0,5 Lt; b) 1,2 Lt; c) 1,5 Lt; d) 0,8 Lt.
Kokia turi būti prekės mažmeninė kaina, jeigu žinoma, jog parduotuvės pelno mokesčio tarifas 29%?

<u>102.</u> Cechas per mėnesį pagamina 525 aparatus. Cecho pastoviosios išlaidos per mėnesį yra 420 tūkst. litų, o pastoviųjų ir kintamųjų išlaidų santykis lygus 2 : 3.
a) Kiek kintamųjų išlaidų turi cechas per mėnesį?
b) Kokia vieno aparato pagaminimo savikaina?

<u>103.</u> Kepyklos pastoviųjų ir kintamųjų išlaidų suma lygi 24 000 Lt, o kintamosios išlaidos 8000 Lt mažesnės už pastoviąsias.
a) Kokios kepyklos kintamosios išlaidos?
b) Kiek procentų kepyklos pastoviosios išlaidos sudaro kintamųjų išlaidų?
c) Kiek procentų bendrųjų išlaidų sudaro kepyklos kintamosios išlaidos?
d) Koks yra kepyklos kintamųjų ir pastoviųjų išlaidų santykis?
e) Kokia yra kepyklos vieno batono savikaina, jeigu minėta suma (pastoviosios ir kintamosios išlaidos) buvo padaryta iškepant 30 000 batonų?
f) Kiek už šią sumą galima būtų iškepti batonų, kurių kiekvieno savikaina 0,75 Lt?

<u>104.</u> Cechas per mėnesį gali pagaminti daugiausia 200 stalų. Pastoviosios cecho išlaidos per mėnesį sudaro 12 000 Lt, o kintamosios išlaidos vienam stalui pagaminti yra 300 Lt. Kiek mažiausiai stalų reikia realizuoti, kad mėnesio bendrosios išlaidos būtų padengtos, jeigu stalo realizavimo kaina yra:
a) 375 Lt; b) 400 Lt; c) 425 Lt; d) 450 Lt?

105. Dirbtuvė per savaitę gali pagaminti iki 300 kėdžių. Pastoviosios gamybos išlaidos kas savaitę sudaro 6000 Lt, o kintamosios išlaidos vienai kėdei pagaminti — 45 Lt. Po kiek litų reikia parduoti kėdę, kad atsipirktų visos dirbtuvės išlaidos realizavus: a) 200 kėdžių; b) 225 kėdes; c) 240 kėdžių; d) 250 kėdžių?

106. Brigada per mėnesį gali pagaminti 150 stalų. Brigados pastoviosios išlaidos per mėnesį sudaro 10 000 Lt, o kintamosios išlaidos vienam stalui pagaminti — 100 Lt. Vieno stalo realizavimo kaina yra 200 Lt. Brigada per mėnesį realizuoja x stalų.
a) Parašykite reiškinį apskaičiuoti brigados įplaukoms, realizavus x stalų.
b) Parašykite reiškinį apskaičiuoti brigados bendrosioms išlaidoms, realizavus x stalų.
c) Su kuria x reikšme įplaukos lygios bendrosioms išlaidoms?
d) Su kuriomis x reikšmėmis brigados įplaukos viršija bendrąsias išlaidas?
e) Su kuriomis x reikšmėmis brigados bendrosios išlaidos viršija įplaukas?
f) Nubraižykite brigados įplaukų ir bendrųjų išlaidų grafikus toje pačioje koordinačių plokštumoje (mastelis: 10 stalų — 1 langelis abscisių ašyje, 1000 Lt — 1 langelis ordinačių ašyje).
g) Apskaičiuokite brigados pelną realizavus visus per mėnesį pagamintus stalus.
h) Apskaičiuokite brigados nuostolį realizavus 75 pagamintus per mėnesį stalus.
i) Parašykite reiškinį brigados pelnui (nuostoliui) apskaičiuoti.

107. Akcinė bendrovė (AB) per mėnesį gali pagaminti 250 krėslų, kurių kiekvieno pagaminimo kintamosios išlaidos yra 50 Lt, o pastoviosios bendrovės išlaidos per mėnesį — 18 000 Lt. Krėslo realizavimo kaina yra 150 Lt. Akcinė bendrovė per mėnesį realizuoja x krėslų.
a) Parašykite reiškinį, pagal kurį galima apskaičiuoti AB įplaukas už realizuotus x krėslų.
b) Parašykite reiškinį, pagal kurį galima apskaičiuoti AB bendrąsias išlaidas už realizuotus x krėslų.
c) Su kuria x reikšme AB įplaukos lygios bendrosioms išlaidoms?
d) Su kuriomis x reikšmėmis AB įplaukos viršija bendrąsias išlaidas?
e) Su kuriomis x reikšmėmis AB bendrosios išlaidos viršija įplaukas?
f) Nubraižykite toje pačioje koordinačių plokštumoje AB įplaukų ir bendrųjų išlaidų grafikus.
g) Apskaičiuokite AB pelną realizavus visus per mėnesį pagamintus krėslus.
h) Apskaičiuokite AB nuostolį realizavus 150 krėslų.
i) Parašykite reiškinį, pagal kurį galima apskaičiuoti AB pelną (nuostolį) už realizuotus x krėslų.

108. Mezgykla per savaitę gali numegzti 120 megztinių. Mezgyklos įplaukas $I(x)$ litais priklausomai nuo realizuotų megztinių skaičiaus x išreiškia funkcija $I(x) = 75x$, $0 \leqslant x \leqslant 120$, o visos išlaidos $L(x)$ litais — funkcija $L(x) = 2500 + 50x$, $0 \leqslant x \leqslant 120$.
a) Kokios mezgyklos pastoviosios išlaidos per savaitę?
b) Kokios mezgyklos kintamosios išlaidos vienam megztiniui numegzti?
c) Už kokią kainą realizuojamas megztinis?
d) Nubraižykite toje pačioje koordinačių plokštumoje įplaukų ir bendrųjų išlaidų grafikus.
e) Pagal grafikus nustatykite, su kuriuo realizuotų megztinių skaičiumi atsiperka mezgyklos darbas.

f) Pagal grafikus nustatykite, kiek numezgusi ir pardavusi megztinių mezgykla turi pelno; kiek megztinių numezgus ir pardavus vis dar turi nuostolio.
g) Kiek reikia realizuoti megztinių, kad mezgyklos pelnas sudarytų 250 Lt; 500 Lt?
h) Su kiek realizuotų megztinių patiriamas 750 Lt; 250 Lt nuostolis?

109. Batų dirbtuvė per savaitę gali pasiūti 100 porų batų. Dirbtuvės realizuotų batų porų skaičius, įplaukos už jas ir gamybos sąnaudos (bendrosios išlaidos) pateiktos lentelėje.

Realizuota batų (poros)	Įplaukos (Lt)	Gamybos sąnaudos (Lt)
0	0	4000
10	1500	5000
20	3000	6000
30	4500	7000
...	...	...
70	10 500	11 000
80	12 000	12 000
90	13 500	13 000
100	15 000	14 000

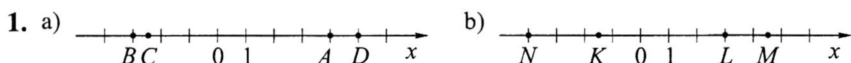
a) Kokios yra batų dirbtuvės pastoviosios išlaidos per savaitę?
b) Kokios yra vienos batų poros pagaminimo kintamosios išlaidos?
c) Kokia yra vienos batų poros realizavimo kaina?
d) Kiek porų batų turi realizuoti dirbtuvė, kad atsipirktų jos verslas?
e) Parašykite formulę dirbtuvės įplaukas $I(x)$ litais priklausomai nuo realizuotų batų porų skaičiaus x.
f) Kokia funkcijos $I(x)$ apibrėžimo sritis; reikšmių sritis?
g) Parašykite formulę dirbtuvės gamybos sąnaudas $S(x)$ litais priklausomai nuo realizuotų batų porų skaičiaus x.
h) Kokia funkcijos $S(x)$ apibrėžimo sritis; reikšmių sritis?
i) Apskaičiuokite $I(75)$; $I(92)$; $S(75)$; $S(92)$.
j) Apskaičiuokite dirbtuvės pelną realizavus 86; 95 poras batų.
k) Apskaičiuokite dirbtuvės nuostolį realizavus 68; 75 poras batų.
l) Parašykite reiškinį batų dirbtuvės pelnui (nuostoliui) apskaičiuoti priklausomai nuo realizuotų batų porų skaičiaus x.

110. Skautai organizuoja 10 parų stovyklą su tokiomis išlaidomis: pastoviosios išlaidos (patalpos, elektra, ryšiai, vadovų, organizatorių atlyginimai) — 2000 Lt, kintamosios išlaidos — 12 Lt asmeniui per dieną už maistą ir 3 Lt už nakvynę. Kiek litų atsieis vienam skautui mokestis už stovyklą, jeigu į ją susirinks:
a) 20 žmonių; b) 25 žmonės; c) 32 žmonės; d) 40 žmonių; e) x žmonių?

ATSAKYMAI

1 SKYRIUS

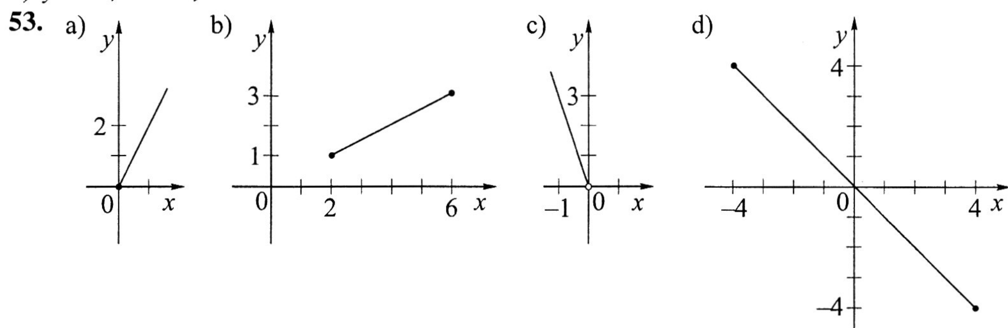
1. a) b)



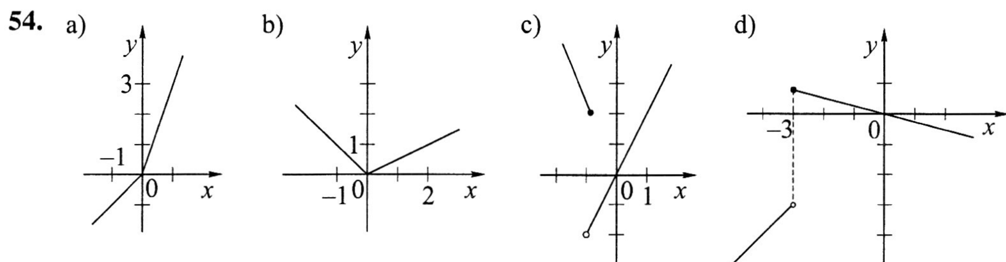
2. a) 5; b) 2; c) 4,3; d) 7; e) 12,7; f) 9; g) 8,4; h) 14,4. **3.** a) $AB = 10$; $AM = 5$; $BM = 5$; b) $M(1)$. **4.** a) 4; b) 1; c) -2; d) 2; e) 3; f) -1. **5.** a) 8; b) 10,9; c) 15,9; d) $\frac{m+n}{2}$; e) 2; f) $1{,}5a + 0{,}25$; g) $12{,}75 + m$; h) 3. **6.** a) $x = 2$, $y = 4$; b) $x = -4$, $y = 3$; c) $x = 2{,}5$, $y = -16{,}2$; d) $x = -7{,}1$, $y = 8{,}25$. **7.** a) A — I; B — II; C — III; D — IV; b) K — II; L — IV; M — III; N — I; c) P — II; R — I; S — III; d) T — IV; U — II; Z — II; F — III. **8.** a) Tiesėje $x = 2$; b) tiesėje $x = -4$; c) tiesėje $x = 3$; d) tiesėje $x = -6$; e) tiesėje $x = 0$, t. y. y ašyje. **9.** a) Tiesėje $y = 3$; b) tiesėje $y = -2$; c) tiesėje $y = 4$; d) tiesėje $y = 2$; e) tiesėje $y = 0$, t. y. x ašyje. **10.** x ašį kerta taškuose, kurių koordinatės yra: a) $(-3; 0)$, $(3; 0)$; b) $(-2; 0)$, $(2; 0)$; c) $(-3{,}4; 0)$, $(1{,}4; 0)$; y ašį — taškuose, kurių koordinatės yra: a) $(0; -3)$, $(0; 3)$; b) $(0; -2)$, $(0; 3)$; c) $(0; -2)$, $(0; 2)$. **11.** a) $B(-1; 4)$; b) $A(-2; -1)$; c) $C(4; -3)$; d) $C(2; 2)$. **12.** $C(4; 4)$. **13.** $C(7; -2)$, $D(7; 3)$ arba $C_1(-3; -2)$, $D_1(-3; 3)$. **14.** Ketvirtos viršūnės koordinatės gali būti $(-1; 2)$, $(-7; 0)$ arba $(1; 8)$. **15.** $(3; 3)$; $(-3; -3)$. *Nurodymas*. Viršūnės M ir K priklauso kvadrato įstrižainei, t. y. II ir IV ketvirčių pusiaukampinei. Kadangi kvadrato įstrižainės yra statmenos ir susikirsdamos dalija viena kitą pusiau, tai kitos dvi viršūnės priklausys I ir III ketvirčių pusiaukampinei. Kadangi kvadrato įstrižainės yra lygios, tai sprendinys yra vienas. **16.** $L(-3; -3)$, $M(2; -3)$, $N(2; 2)$. **17.** $(-3; -3)$, $(-3; 3)$, $(3; 3)$, $(3; -3)$. **18.** a) $M(2; -1)$; b) $M(2; -4)$. **19.** a) $O(2; 1)$; b) $O(4; 1)$. **20.** a) $B(6; -11)$; b) $A(-10; -11)$. **21.** $K(7; -6)$, $P(5{,}5; -4)$. *Nurodymas*. Remkitės faktu, kad atkarpos AB vidurio taško M koordinatės $(x; y)$ lygios atkarpos galų $A(x_1; y_1)$ ir $B(x_2; y_2)$ atitinkamų koordinačių aritmetiniam vidurkiui: $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$. **22.** a) 2; b) 3; c) $\sqrt{13}$. **23.** a) 12; b) 8; c) 5; d) 5. **24.** *Nurodymas*. Įsitikinkite, kad: a) $AB = BC$; b) $MN = MK$. **25.** *Nurodymas*. Įsitikinkite, kad $AC^2 = AB^2 + BC^2$. **26.** a) $5(3 + \sqrt{5})$; b) $5\sqrt{2}$; c) 2,5. **27.** a) $M(-2{,}5; -0{,}5)$, $N(5; 4)$; b) $\sqrt{76{,}5}$. **28.** *Nurodymas*. Įsitikinkite, kad $AB = CD$, $BC = AD$ ir $\angle ABC$ — statusis. Lygiagretainis, kurio vienas kampas status yra stačiakampis. **29.** a) $(0; -9)$. *Sprendimas*. Imkime ordinačių ašies tašką $Y(0; y)$. Raskime atstumų AY ir BY kvadratus: $AY^2 = (0 + 3)^2 + (y - 5)^2 = y^2 - 10y + 34$; $BY^2 = (0 - 6)^2 + (y - 4)^2 = y^2 - 8y + 52$. Atstumai AY ir BY turi būti lygūs, todėl $y^2 - 10y + 34 = y^2 - 8y + 52$ ir $y = -9$; b) $(0; 5)$. **30.** a) $(-2{,}5; 0)$. *Sprendimas*. Imkime abscisių ašies tašką $X(x; 0)$. Raskime atstumų XL ir XK kvadratus: $XL^2 = (x - 1)^2 + (0 - 2)^2 = x^2 - 2x + 5$; $XK^2 = (x + 3)^2 + (0 - 4)^2 = x^2 + 6x + 25$. Atstumai XL ir XK turi būti lygūs, todėl $x^2 - 2x + 5 = x^2 + 6x + 25$ ir $x = -2{,}5$; b) $(8; 0)$. **31.** a) x; b) t; c) y; d) s; e) r; f) r. **32.** a) 484; b) 41,8; c) 1000; d) 144; e) 0; f) 55,6; g) 164; h) 9. **33.** a), c), e), g), h) — taip; b), d), f) — ne. **34.** a) $x \in [-3; 4]$, $y \in [-2; 2]$; b) $x \in (-3; 2)$, $y \in [-2; 5)$; c) $x \in [-3; 2)$, $y \in [-3; 0]$; d) $x \in (-\infty; +\infty)$, $y \in [-1{,}5; 2{,}5]$; e) $x \in (-\infty; +\infty)$, $y \in [0; 2]$; f) $x \in (0; 2) \cup (2; +\infty)$, $y = 2$; g) $x \in (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$, $y \in (-\infty; +\infty)$; h) $x \in (-4; -2] \cup [-1; 5]$, $y \in [-2; 4]$. **35.** a), b), c) — taip; d) — ne. **36.** a) $x \in \boldsymbol{R}$;

b) $x \in \boldsymbol{R}$; c) $x \neq 4$; d) $x \geqslant 1$; e) $x \neq -2$; f) $x \neq -2$ ir $x \neq 2$; g) $4 \leqslant x < 5$ ir $x > 5$; h) $x \in \boldsymbol{R}$. **37.** 1) $k = -\frac{1}{7}$; 3) $k = \frac{3}{4}$; 4) $k = 1$; 5) $k = -2{,}4$; 6) $k = 1$; 7) $k = -2\sqrt{3}$; 8) $k = 6$. **39.** a) $-\frac{1}{3}$; b) $-2{,}5$; c) $\frac{4}{3}$; d) $\frac{2}{5}$. **40.** a) $f(x) = -x$; b) $f(x) = 4x$; c) $f(x) = 1{,}5x$; d) $f(x) = -\frac{1}{3}x$. **41.** a) $h(x) = \frac{2}{3}x$; b) $u(x) = 6x$; c) $f(x) = -\frac{1}{4}x$; d) $g(x) = -4x$. **42.** a) Ne; b) taip; c) taip; d) ne. **43.** a) 4; b) -5; c) -4; d) -5. **44.** Didžiausia funkcijos reikšmė lygi: a) 6; b) 1; c) -2; d) 6; e) 12; f) 30; mažiausia funkcijos reikšmė lygi: a) 0; b) $-\frac{1}{4}$; c) -4; d) -3; e) -9; f) -15. **45.** *Sprendimas.* Kadangi funkcijos $f(x) = k_1x$ grafikas yra I ir III koordinačių ketvirčiuose, tai $k_1 > 0$; kadangi funkcijos $g(x) = k_2x$ grafikas yra II ir IV koordinačių ketvirčiuose, tai $k_2 < 0$. Taigi $k_1 > k_2$. **46.** a) I; b) IV; c) IV; d) II; e) II; f) III. **47.** *Nurodymas.* Funkcija yra nelyginė, kai $f(-x) = -f(x)$. **48.** a) *Įrodymas.* Tarkime, kad $x_2 > x_1$. Jeigu didesnę argumento reikšmę atitinka didesnė funkcijos reikšmė, tai funkcija yra didėjanti. $f(x_2) - f(x_1) = 2x_2 - 2x_1 = 2(x_2 - x_1) > 0$, nes $x_2 > x_1$. Vadinasi, $f(x_2) > f(x_1)$. Tai reiškia, kad funkcija yra didėjanti. Analogiškai įrodoma ir kiti punktai. **49.** a) *Įrodymas.* Tarkime, kad $x_2 > x_1$. Jeigu didesnę argumento reikšmę atitinka mažesnė funkcijos reikšmė, tai funkcija yra mažėjanti. $f(x_2) - f(x_1) = -6x_2 - (-6x_1) = -6(x_2 - x_1) < 0$, nes $x_2 > x_1$. Vadinasi, funkcija yra mažėjanti. Analogiškai įrodoma ir kiti punktai. **50.** Tarkime, kad $x_2 > x_1$. $f(x_2) - f(x_1) = mx_2 - mx_1 = m(x_2 - x_1)$; $m(x_2 - x_1) > 0$, kai $m > 0$; $m(x_2 - x_1) < 0$, kai $m < 0$. Funkcija yra didėjanti, kai $m > 0$; mažėjanti, kai $m < 0$. **51.** *Sprendimas.* a) Bet kurio taško $M(x; y)$, priklausančio III ir I koordinačių ketvirčių pusiaukampinei, koordinatės yra lygios, t. y. $x = y$. Todėl jų skirtumas $x - y = x - x = 0$; b) bet kurio taško $N(x_1; y_1)$, priklausančio II ir IV koordinačių ketvirčių pusiaukampinei, koordinatės yra vienas kitam priešingi skaičiai, t. y. $x_1 = -y_1$. Todėl jų suma $x_1 + y_1 = x_1 - x_1 = 0$. **52.** a) $y = x$; b) $y = -x$; c) $y = x$, $x \neq 0$; d) $y = x$, kai $x \geqslant 0$.

53.



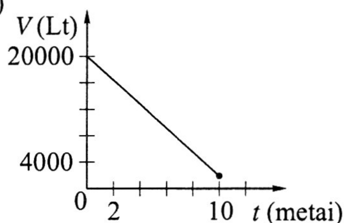
54.



55. 1), 2), 3), 4), 6), 8). **56.** a) 2,8; b) 10,3; c) $-0{,}4$; d) 3,37; e) $4 - \pi$; f) $4 - 0{,}5a$; g) $3 - 0{,}5a$; h) $3a + 2$. **57.** a) 5; b) 12; c) 15; d) 9; e) 100; f) 80; g) 39; h) -35. **58.** a) Taip; b) ne; c) ne; c) taip. **59.** a), b), c), d) — taip; e) — ne. **60.** Grafikas x ašį

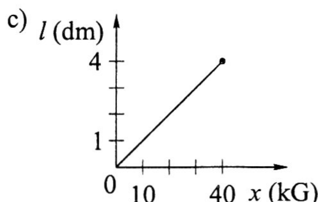
kerta taške, kurio koordinatės yra: a) (3; 0); b) (2; 0); c) (2; 0); d) (−4; 0); e) (−6; 0); f) (8; 0); y ašį kerta taške, kurio koordinatės yra: a) (0; −3); b) (0; 6); c) (0; 5); d) (0; 8); e) (0; 2); f) (0; 4). **61.** $f(x) > 0$, kai: a) $x > 2$; b) $x < 0$; c) $x < 2$; d) $x < 4$; e) $x > -2$; f) $x > 3$; $f(x) < 0$, kai: a) $x < 2$; b) $x > 0$; c) $x > 2$; d) $x > 4$; e) $x < -2$; f) $x < 3$. **62.** **C**. **63.** a) *Įrodymas*. Tarkime, kad $x_2 > x_1$. $f(x_2) - f(x_1) = 3 - 2x_2 - (3 - 2x_1) = -2(x_2 - x_1) < 0$; $f(x_2) < f(x_1)$, kai $x_2 > x_1$. Funkcija yra mažėjanti. Analogiškai įrodoma ir kiti punktai. **64.** a) *Įrodymas*. Tarkime, kad $x_2 > x_1$. $f(x_2) - f(x_1) = x_2 + 4 - (x_1 + 4) = x_2 - x_1 > 0$; $f(x_2) > f(x_1)$, kai $x_2 > x_1$. Funkcija yra didėjanti. Analogiškai įrodoma ir kiti punktai. **65.** **D**. **66.** **C**. **67.** **D**. **68.** $f(x) = 3x + 1$. **69.** $f(x) = 4x + 14$. **70.** a) $k = -\frac{6}{7}$; $b = 1{,}5$; b) $k = \frac{27}{32}$; $b = \frac{13}{32}$. **71.** $T = \begin{cases} 20t + 40, & \text{kai } 0 \leqslant t \leqslant 3, \\ 100, & \text{kai } t > 3. \end{cases}$ **72.** a) $k = \frac{1}{4}$; $b = 1$; b) $k = \frac{3}{4}$; $b = -2$; c) $k = -3$; $b = -2$; d) $k = -3$; $b = 2$. **73.** Funkcijos $f(x) = 5x$ grafikas yra tiesė a, funkcijos $h(x) = -x + 4$ — tiesė b, o funkcijos $g(x) = -0{,}5x + 1{,}5$ — tiesė c. **74.** a) $f(x) = x$; b) $f(x) = -\frac{4}{3}x + 4$; c) $f(x) = 7x + 25$; d) $f(x) = \frac{1}{12}x - 3{,}5$; e) $f(x) = \frac{9}{8}x + \frac{11}{4}$; f) $f(x) = -\frac{9}{7}x + \frac{44}{7}$; g) $f(x) = 2x - 1$; h) $f(x) = -2x + 9$. **75.** a), b), c) — visos tiesės lygiagrečios; d) poromis kertasi; e) $g(x)$ ir $h(x)$ — lygiagrečios tiesės, $g(x)$ ir $f(x)$, $h(x)$ ir $f(x)$ kertasi; f) poromis kertasi. **76.** a) *Įrodymas*. $f(-x) = 2\cdot(-x) = -2x = -f(x)$. Kadangi $f(-x) = -f(x)$, tai funkcija $f(x) = 2x$ yra nelyginė. $g(-x) = -\frac{1}{2}\cdot(-x) + 6 = \frac{1}{2}x + 6$. Kadangi $g(-x) \neq -g(x)$ ir $g(-x) \neq g(x)$, tai funkcija $g(x) = -\frac{1}{2}x + 6$ yra nei lyginė, nei nelyginė. $h(-x) = 2$. Kadangi $h(-x) = h(x)$, tai funkcija $h(x) = 2$ yra lyginė. Analogiškai įrodoma ir likę punktai. **77.** 16 (kv. v.) **79.** a) Taip; b) taip. **80.** a) *Įrodymas*. $t = 30 + 2{,}5 \cdot \frac{x - 3000}{100} = \frac{x}{40} - 45$, kai $x \geqslant 3000$. Taigi $t(x) = \frac{1}{40}x - 45$, $x \geqslant 3000$; b) $\frac{x}{40} - 45 \leqslant 300$, $x \leqslant 13\,800$. Taigi gręžimo darbus galima atlikti ne didesniame kaip 13,8 km gylyje. **81.** a) *Įrodymas*. $t_1 = \frac{s}{5}$, $t_2 = \frac{s}{3}$; čia t_1 ir t_2 — laikas, per kurį ateina pirminė ir antrinė bangos, s — atstumas. $t_2 - t_1 = \frac{s}{3} - \frac{s}{5} = \frac{2s}{15}$. Laikų skirtumą $t_2 - t_1$ pažymėkime t. Tuomet $\frac{2s}{15} = t$, $s = 7{,}5t$, $t \geqslant 0$; b) $s = 7{,}5 \cdot 20 = 150$ (mylių). **82.** a) *Įrodymas*. Sakykime, kad pardavėjas per savaitę parduoda prekių už x Lt. Kai $0 \leqslant x \leqslant 3000$, tai $p = 200$ Lt (pastovus savaitinis atlyginimas); kai $x > 3000$, tai $p = 200 + 0{,}1(x - 3000) = 0{,}1x - 100$. Taigi $p(x) = \begin{cases} 200, & \text{kai } 0 \leqslant x \leqslant 3000, \\ 0{,}1x - 100, & \text{kai } x > 3000. \end{cases}$ b) $p(2000) = 200$; $p(3000) = 200$; $p(4000) = 300$; $p(5000) = 400$. **83.** a) *Įrodymas*. Įsitikiname, kad parduotuvės prekės kaina sudaro 160% gamintojo kainos, t. y. $\frac{24}{100} = \frac{38{,}4}{x} \to x = 160(\%)$; $\frac{30}{100} = \frac{48}{x} \to x = 160(\%)$. Taigi $m(x) = 1{,}6x$, $x > 20$; čia x — gamintojo kaina; b) 520 Lt. **84.** a) $y(t) = 12\,000 - 1250t$, $0 \leqslant t \leqslant 9{,}6$; čia t — metai; b) 5750 Lt. **85.** a) $V(t) = 20\,000 - 1800t$, $0 \leqslant t \leqslant 10$; b) $f(4) = 12\,800$ (Lt); $f(8) = 5600$ (Lt);

c) 1800; d)

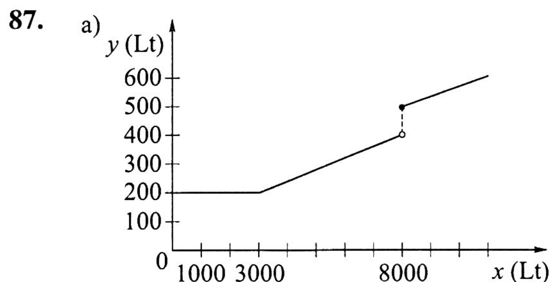


86. a) $f(20) = 2$ (dm); $f(35) = 3{,}5$ (dm); b) $\frac{1}{10}$;

c)



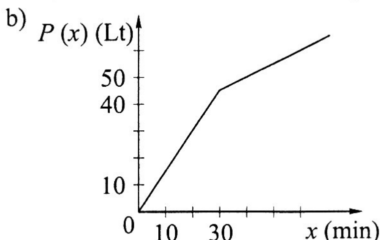
87. a)



b) $f(5250) = 290$ (Lt);
$f(9500) = 560$ (Lt);
$f(2500) = 200$ (Lt).

88. a) *Įrodymas*. Kai $0 \leqslant x \leqslant 30$, tai $P(x) = 1{,}5x$; kai $x > 30$, tai $P(x) = 1{,}5 \cdot 30 + 0{,}5(x-30) = 30 + 0{,}5x$. Taigi $P(x) = \begin{cases} 1{,}5x, & \text{kai } 0 \leqslant x \leqslant 30, \\ 30 + 0{,}5x, & \text{kai } x > 30. \end{cases}$

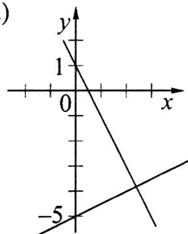
b)



c) $P(20) = 30$ (Lt);
$P(45) = 52{,}5$ (Lt);
$P(60) = 60$ (Lt).

89. a) 40 km; b) pirmąsias 3 val. turistai ėjo 5 km/h greičiu; paskutinius 25 km — 6,25 km/h greičiu; c) 25 km; d) 2 val.; e) per 4 h; f) $s(t) = \begin{cases} 40 - 5x, & \text{kai } 0 \leqslant x \leqslant 3, \\ 25, & \text{kai } 3 < x < 5, \\ -6{,}25 + 56{,}25, & \text{kai } x \geqslant 5. \end{cases}$

90. a) 1, 2, 3, 4, 5, 6; b) 3, 6, 9, 12, 15, 18; c) 1, 3, 5, 7, 9, 11; d) 7, 11, 15, 19, 23, 27; e) 2, 4, 8, 16, 32, 64; f) −2, 2, −2, 2, −2, 2; g) 3, −3, 3, −3, 3, −3; h) 1, 3, 9, 27, 81, 243; i) 1, 2, $\frac{1}{3}$, 4, $\frac{1}{5}$, 6; j) 1, 0, 1, 0, 1, 0; k) 2, 2, 2, 4, 6, 8; l) 0, 0, 0, 0, 0, 0.
91. a) $a_n = n$; b) $a_n = 2n$; c) $a_n = 2n - 1$; d) $a_n = 3n - 2$; e) $a_n = n^2$; f) $a_n = \frac{1}{n}$; g) $a_n = \frac{n}{n+1}$; h) $a_n = \frac{n-1}{n+2}$; i) $a_n = \frac{n+1}{2n}$; j) $a_n = (-1)^{n+1} + 2$; k) $a_n = (-1)^n n$; l) $a_n = (-1)^n$. **92.** a) 2; 6; 10; 14; 18; 22; b) −15; −10; −5; 0; 5; 10; c) −3; $-2\frac{1}{3}$; $-1\frac{2}{3}$; −1; $-\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}$; d) $2\frac{1}{3}$; $2\frac{5}{6}$; $3\frac{1}{3}$; $3\frac{5}{6}$; $4\frac{1}{3}$; $4\frac{5}{6}$; e) 2; $1\frac{2}{3}$; $1\frac{1}{3}$; 1; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{3}$; f) −1,5; −0,5; 0,5; 1,5; 2,5; 3,5. **93.** a) 4; b) 1; c) $3\frac{6}{7}$; d) 2; e) 0,8; f) $1\frac{1}{6}$. **94.** a) 3, 9, 15; b) 2, 5, 8; c) −5, 0, 5; d) −18, −16, −14; e) −4, −3, −2; f) −68, −64, −60. **95.** a) 8; 15; 22; 29; 36; 43; $d = 7$; b) −1; −2,5; −4; −5,5; −7; −8,5; $d = -1{,}5$; c) 0,2; 2,9; 5,6; 8,3; 11; 13,7; $d = 2{,}7$; d) 4; 8; 12; 16; 20; 24; $d = 4$; e) 3; 1; −1; −3; −5; −7; $d = -2$; f) $\frac{2}{3}$; $1\frac{1}{3}$; 2; $2\frac{2}{3}$; $3\frac{1}{3}$; 4; $d = \frac{2}{3}$. **96.** a) 6; b) 8; c) 11, 12, …; d) 1, 2, 3, 4, 5, 6. **97.** a) 49; b) 14; c) 0; d) 30. **98.** a) 72; b) −4,5; c) 36; d) −30,6; e) 25,2; f) 3. **99.** a) 70; b) 3; c) 59,5; d) −7. **100. C**. **101. A**. **102. C**. **103.** 2. **104. C**. **105. D**. **106. E**.
107. a)



b) 90°; c) −1.

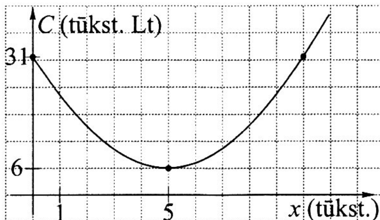
108. a) ir c); b) ir d); e) ir g); f) ir h). **109.** a) $y = -0{,}4x - 1{,}4$; b) $y = -\frac{5}{6}x - \frac{7}{3}$; c) $y = 1{,}5x$. **110.** Per viršūnes A, B ir C atitinkamai einančių aukštinių lygtys yra: a) $5x+9y+2=0$; $5x-6y=0$; $10x+3y+2=0$; b) $15x+4y-18=0$; $10x-y-68=0$; $x+y+10=0$; c) $x-9y+14=0$; $x+2y+4=0$; $2x-7y+18=0$. **111.** 10. **112.** a) $4x+2y-9=0$; b) $2x-3y+1=0$; c) $5x+6y-9=0$; d) $3x+y-8=0$. **113. B.** **114. C.** **115.** 21. **116. D.** **117.** d) Tarkime, kad $x_2 > x_1$, $x_1, x_2 \in (-\infty; 0)$. $f(x_2) = \frac{k}{x_2}$, $f(x_1) = \frac{k}{x_1}$. Nagrinėkime skirtumą: $f(x_2) - f(x_1) = \frac{k}{x_2} - \frac{k}{x_1} = \frac{k(x_1 - x_2)}{x_2 x_1} > 0$, nes $k < 0$, $x_2 x_1 > 0$, $x_1 - x_2 < 0$. Kadangi $f(x_2) - f(x_1) > 0$, $f(x_2) > f(x_1)$, kai $x_2 > x_1$. Funkcija didėjanti intervale $(-\infty; 0)$. Panašiai įrodoma, kai $x \in (0; +\infty)$.
118. d) Tarkime, kad $x_2 > x_1$, $x_2, x_1 \in (-\infty; 0)$. $f(x_2) = \frac{m}{x_2}$, $f(x_1) = \frac{m}{x_1}$, $m > 0$. Nagrinėkime skirtumą: $f(x_2) - f(x_1) = \frac{m}{x_2} - \frac{m}{x_1} = \frac{m(x_1 - x_2)}{x_1 x_2} < 0$, nes $m > 0$, $x_1 x_2 > 0$, o $x_1 - x_2 < 0$. Kadangi $f(x_2) - f(x_1) < 0$, $f(x_2) < f(x_1)$, kai $x_2 > x_1$. Funkcija mažėjanti intervale $(-\infty; 0)$. Panašiai įrodoma, kai $x \in (0; +\infty)$.

2 SKYRIUS

1. a), b), d), f). **2.** a) $f(x) = 2x^2 + 0{,}5x - 3$; b) $f(x) = -x^2 + 4$; c) $f(x) = -3x^2 + 4x + 1$; d) $f(x) = \sqrt{2}x^2 - x + 5$; e) $f(x) = 0{,}75x^2 - 0{,}1x + 2$; f) $f(x) = 6x^2$; g) $f(x) = (\sqrt{3} + 1)x^2 - 1$; h) $f(x) = 0{,}5x^2 - 2{,}5x + \sqrt{7}$. **3.** a) 0; b) 18; c) 3; d) 3; e) 20; f) 6; g) $3 + 2\sqrt{2}$. **4.** a) $-\frac{1}{4}a^2$; b) $-\frac{1}{4}a^2 + 2$; c) $-\frac{1}{4}a^2 - a - 1$; d) $-\frac{1}{4}a^2 + 2$; e) $-\frac{1}{4}(x-a)^2 + b = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}ax - \frac{1}{4}a^2 + b$; f) $21a^2$. **5.** $S(x) = 0{,}5x^2 + 1{,}5x$ — kvadratinė funkcija; $a = 0{,}5$; $b = 1{,}5$; $c = 0$. **6.** $S(x) = \frac{4-\pi}{4}x^2$ — kvadratinė funkcija. **7.** $S(x) = \frac{2\sqrt{3}-\pi}{8}x^2$ — kvadratinė funkcija. **8.** a) $S(x) = \frac{2x^2}{9}$ — kvadratinė funkcija; b) $S(x) = \frac{7x^2}{9}$ — kvadratinė funkcija. **9.** *Įrodymas.* a) $S_\triangle = \frac{1}{2}ah$ (a — kraštinė; h — aukštinė, nubrėžta į kraštinę a). Pagal sąlygą $a = x$. Kadangi trikampis lygiakraštis, tai pagal Pitagoro teoremą gauname: $h = \sqrt{x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{x\sqrt{3}}{2}$. Tada $S_\triangle = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$; b) neužtušuotos dalies plotas lygus trijų lygių lygiakraščių trikampių, kurių kraštinė lygi $\frac{x}{3}$, plotų sumai, t. y. $S = 3 \cdot \left(\frac{x}{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{x^2\sqrt{3}}{2}$. c) $S(x) = \frac{\sqrt{3}}{6}x^2$ — kvadratinė funkcija. **10.** a) $S(x) = 4x^2$; b), c), d) — $S(x) = 8x^2$. **11.** b) $S_1(x) = x^2$; $S_2(x) = \frac{1}{2}x^2$; $S_3(x) = \frac{1}{4}x^2$. **12.** $S(x) = \frac{3\sqrt{3}}{2}x^2$. **13.** a), b), d), g) — parabolės šakos kyla aukštyn; c), e), f), h) — žemyn; simetrijos ašis — tiesė $x = 0$ (y ašis); viršūnės koordinatės yra $(0; 0)$. **14.** a) Priklauso; b) priklauso; c) $(2{,}4; 5{,}76)$; $(-3{,}1; 9{,}61)$; $(7{,}5; 56{,}25)$; d) $(2{,}5; -15{,}625)$; $(3{,}2; -25{,}6)$; $(-4{,}1; -42{,}025)$. **15.** a) Taip; b) ne; c) taip; d) taip. **16.** Funkcija $f(x) = x^2$ mažėja intervale $(-\infty; 0)$; didėja intervale $(0; +\infty)$. a) $f(0) < f(3)$; b) $f(2) < f(5)$; c) $f(-1{,}5) = f(1{,}5)$; d) $f(-4) > f(2)$; e) $f(-3{,}15) < f(-3{,}41)$; f) $f(-6{,}51) < f(-6{,}63)$; g) $f(4{,}16) < f(4{,}25)$; h) $f(6{,}23) < f(6{,}29)$. **17.** a) $y = -3x^2$; b) $y = \frac{1}{4}x^2$; c) $y = x^2$; d) $y = -4x^2$. **19.** a) Didėja; b) mažėja; c) didėja intervale $(-2; 0)$, mažėja intervale $(0; 4)$; d) didėja; e) mažėja; f) mažėja; g) didėja; h) didėja intervale $[-4; 0)$, mažėja intervale $(0; 1]$. **20.** a) 3; b) -4; c) 7; d) -6. **21.** Pavyzdžiui: a) $-3; 3; 4$; b) $2; 1; 0$; c) $-2; 1; 7$; d) $-4; 3; 5$. **22.** Didžiausia funkcijos reikšmė: a) 8; b) 0; c) 8; d) 0; mažiausia funkcijos reikšmė: a) 0; b) -8; c) 2; d) -8. **23.** a) $y = x^2 + 2$; b) $y = 0{,}25x^2 - 5$; c) $y = -0{,}1x^2 - 3{,}15$; d) $y = 3x^2 + 1{,}75$. **24.** a) $y = -3x^2 + 2$; b) $y = \frac{1}{2}x^2 - 4$; c) $y = -\frac{1}{4}x^2 + 1$; d) $y = 4x^2 + 3$. **25.** a) $(-2; 1)$; b) $(-2; 3)$ ir $(2; 3)$; c) $(-3; 3)$ ir $(3; 3)$; d) $(-\frac{1}{2}; 0)$; e) $(-2; -2)$; f) $(-3; 4)$

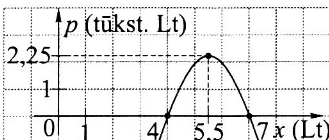
ir (3; 4); g) (−4; −5) ir (4; −5); h) (−3; 3,5) ir (3; 3,5). **26.** a) $a = 1$; b) $n = 7$; c) $n = 4{,}5$; d) $a = 6{,}25$; e) $a = -4$; f) $n = 4$; g) $n = 5$; h) $a = 3$. **27.** x ašį kerta taškuose: a) (−4; 0) ir (4; 0); b) (−2; 0) ir (2; 0); c) (−3; 0) ir (3; 0); d) nekerta; e) $(-\sqrt{2}; 0)$ ir $(\sqrt{2}; 0)$; f) (−1,8; 0) ir (1,8; 0); g) nekerta; h) $(-\frac{5}{6}; 0)$ ir $(\frac{5}{6}; 0)$; y ašį kerta taške: a) (0; −16); b) (0; −2); c) (0; 4,5); d) (0; 4); e) (0; 2); f) (0; 3,24); g) (0; −8); h) (0; −6,25). **28.** a) $y = -\frac{1}{25}x^2 + 4$; b) negali. **29.** a) $y = (x-3)^2$; b) $y = -2(x+4)^2$; c) $y = 3(x+2{,}25)^2$; d) $y = \frac{2}{7}\left(x - 3\frac{3}{5}\right)^2$. **30.** a) $y = -(x-3)^2$; b) $y = 4(x+4)^2$; c) $y = \frac{1}{4}(x+1)^2$; d) $y = -\frac{3}{4}(x-2)^2$. **31.** a) $m = 2$; b) $m = -1$ arba $m = 5$; c) $m = -7$ arba $m = 1$; d) $a = 1$; e) $a = -2$; f) $a = 2$; g) $m = -0{,}5$ arba $m = 3{,}5$; h) $m = -3$ arba $m = 1$. **32.** Simetrijos ašis: a) $x = 4$; b) $x = -3$; c) $x = -6$; d) $x = 3{,}5$; e) $x = -1{,}5$; f) $x = 9$; viršūnės koordinatės: a) (4; 0); b) (−3; 0); c) (−6; 0); d) (3,5; 0); e) (−1,5; 0); f) (9; 0). **33. B**. **34.** a) $f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 4$; b) $f(x) = (x+1)^2 - 7$; c) $f(x) = -\frac{1}{4}\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{5}{6}$; d) $f(x) = 7(x-2)^2 - 4$. **35.** Simetrijos ašis: a) $x = 3$; b) $x = 4$; c) $x = -2$; d) $x = 1{,}6$; viršūnės koordinatės: a) $(3; \frac{4}{5})$; b) (4; −2,5); c) (−2; −2,8); d) (1,6; 4,2). **36.** a) $f(x) \leqslant 4$; b) $f(x) \geqslant -5{,}1$; c) $f(x) \geqslant -1$; d) $f(x) \leqslant 2{,}13$. **37. B**. **38.** a) −2; 2; b) 3; c) 0; $-\frac{1}{6}$; d) $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$; e) −2; f) 0; 2. **39.** Tiesė: a) $x = -2{,}5$; b) $x = 2$; c) $x = 14$; d) $x = -5{,}1$; e) $x = 0{,}15$; f) $x = \frac{3}{8}$. **40.** a) (5; 25), $y \leqslant 25$; b) (6; −12), $y \geqslant -12$; c) (10; −1), $y \geqslant -1$; d) (0,6; −0,72), $y \geqslant -0{,}72$. **41.** 19,6 m. **42.** 10. **43.** $b = 6$. **44.** 8. **45.** a) Ne; b) taip; c) ne; d) taip; e) taip. **46.** Tiesė: a) $x = 1$; b) $x = 4{,}8$; c) $x = 2$; d) $x = 10$. **47.** a) (−3; 3); b) (1; 5); c) (2500; 62 500); d) (50; 25); e) (10 000; 100 000); f) (12; −11 000). **48.** a) $f(x) \geqslant 7$; b) $f(x) \leqslant 10$; c) $f(x) \geqslant 0$; d) $f(x) \geqslant 13{,}5$; e) $f(x) \geqslant 400\frac{1}{25}$; f) $f(x) \geqslant 45\,000$. **49.** a) $f(x) = 2$ — mažiausia funkcijos reikšmė; b) $f(x) = 9$ — didžiausia funkcijos reikšmė; c) $f(x) = -4$ — mažiausia funkcijos reikšmė; d) $f(x) = 0$ — didžiausia funkcijos reikšmė; e) $f(x) = -1$ — didžiausia funkcijos reikšmė; f) $f(x) = -1$ — mažiausia funkcijos reikšmė. **50.** a) $f(1) < g(1)$; b) $f(2{,}5) > g(2{,}5)$; c) $f(-2) > g(-2)$; d) $f(1{,}5) > g(1{,}5)$. **51.** a) $y = -0{,}5x^2 - 3x - 1{,}5$; b) $y = -3x^2 + 6x - 4$; c) $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 3$; d) $y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 1$. **52. A** ir **B**. **53.** $a = -1$; $b = 6$. **54.** $a = 3$; $b = -36$; $c = 96$. **55.** $a = 2$; $b = 8$; $c = 15$. **56.** $a = -2$; $b = 4$; $c = -6$. **57.** $p = -8$; $q = 36$. **58.** $a = 2$; $b = -16$; $c = 24$. **59.** $a = -4$; $b = 4$; $c = 24$.

60.



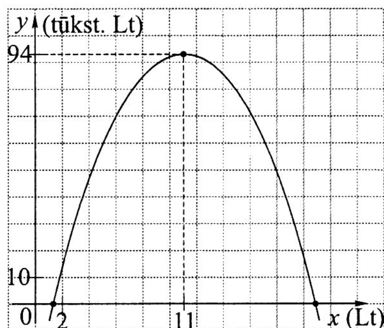
a) 5 tūkst. skaičiuoklių; b) nei vieno arba 10 tūkst.; c) kai gaminama daugiau nei 5 tūkst. skaičiuoklių per savaitę, išlaidos didėja; kai gaminama mažiau nei 5 tūkst. — mažėja.

61.



a) Kai vieno gaminio kaina yra didesnė negu 4 Lt, tačiau mažesnė negu 7 Lt; b) kai vieno gaminio kaina mažesnė negu 4 Lt arba didesnė negu 7 Lt; c) kai vieno gaminio kaina yra 5,5 Lt.

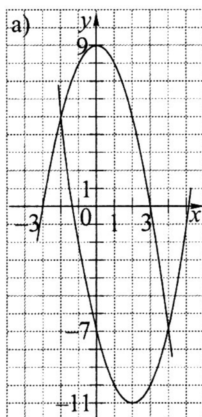
62.



a) Kai vieno gaminio kaina yra didesnė už 1,3 Lt, tačiau mažesnė negu 20,7 Lt; b) kai vieno gaminio kaina yra 11 Lt; c) kai vieno gaminio kaina mažesnė negu 1,3 Lt arba didesnė negu 20,7 Lt.

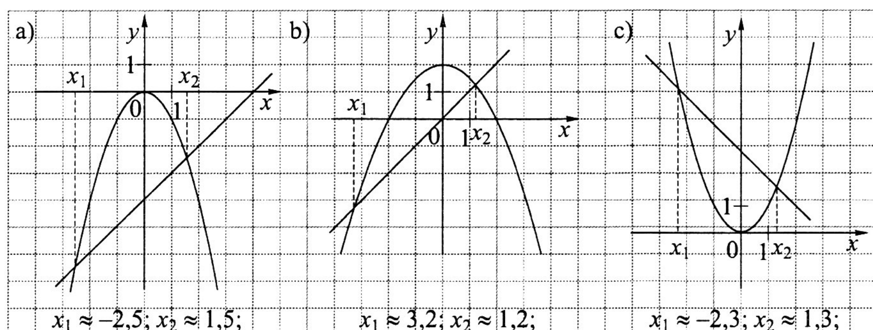
63. a) $m \geqslant 0$; funkcija didėja; b) mažiausia transporto intensyvumo reikšmė yra 0; kelionė į darbą truktų 18 min; c) $t(35) = 31\frac{3}{10}$ (min), taigi pusės valandos nepakaktų. **64.** *Sprendimas.* $x_0 = \frac{7}{2k}$, $y_0 = k\left(\frac{7}{2k}\right)^2 - 7\cdot\frac{7}{2k} + 4 = -\frac{49}{4k} + 4$. Viršūnė $(x_0;\ y_0)$ priklauso II ketvirčiui, kai $x_0 < 0$, $y_0 > 0$, t. y. kai $k < 0$. Galima spręsti ir taip: kad $x_0 = \frac{7}{2k}$ būtų neigiamas, k būtinai turi būti neigiamas. Kai $k < 0$, trinaris viršūnėje įgyja didžiausią reikšmę. Bet $y(0) = 4$, todėl didžiausia reikšmė $y(x_0) = y_0$ tikrai teigiama. Vadinasi, su kiekviena reikšme $k < 0$ viršūnė yra II ketvirtyje. **65.** 5; 5. **66.** **E.** **67.** Perimetras didžiausias ir lygus 10, kai horizontalioji stačiakampio kraštinė lygi 2, o vertikalioji — lygi 3.

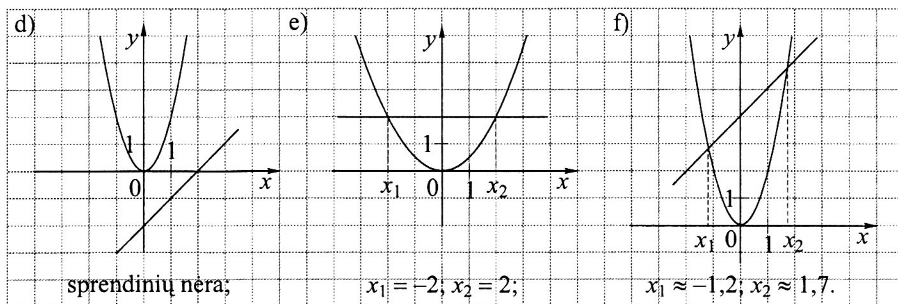
68. b) 18.



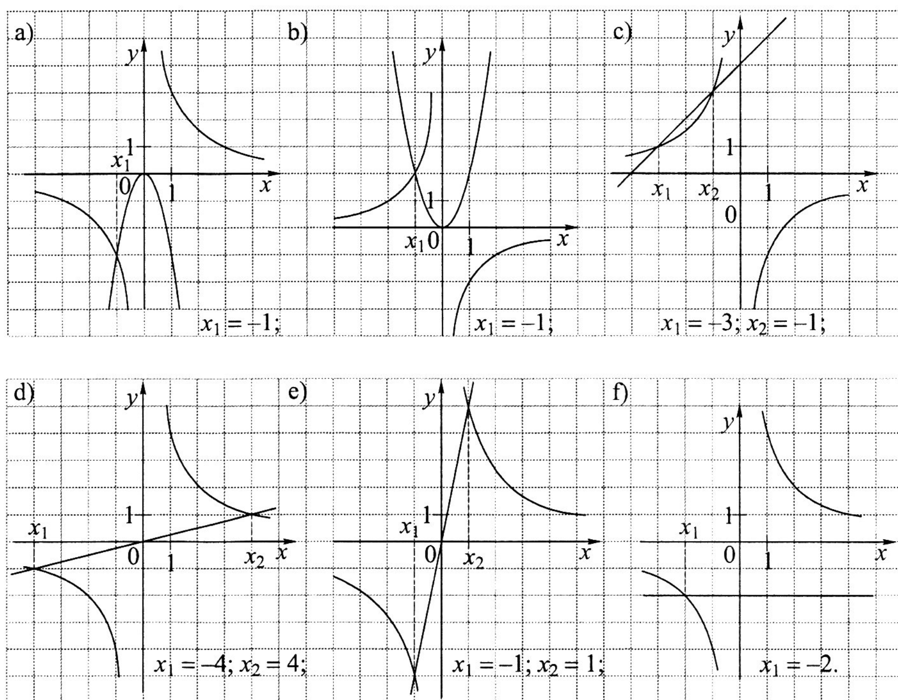
69. 2. **70.** a) $c > 7$; b) $c > -1$. **71.** 0,4 m. **72.** a) Du; b) du; c) tris; d) nei vieno; e) du; f) du.

73.



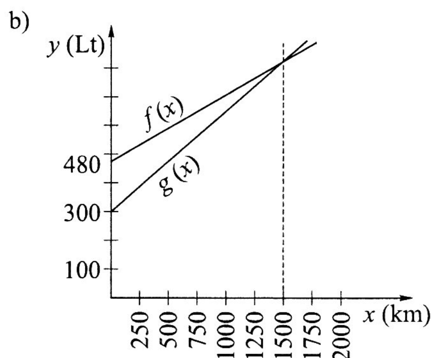


74.



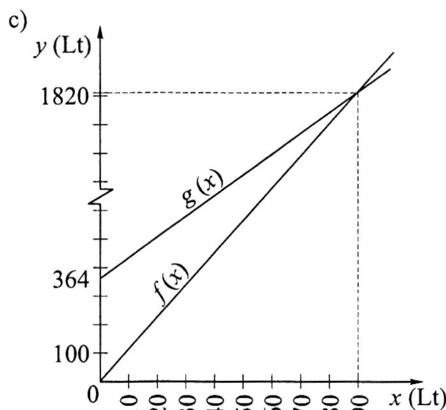
75.

a) $f(x) = 480 + 0{,}24x$; $g(x) = 300 + 0{,}36x$;
c) kai atstumas mažesnis negu 1500 km, geriau apsimoka naudotis „Kometos“ paslaugomis, o kai didesnis negu 1500 km — „Skrydžio“;
d) 1500 km.



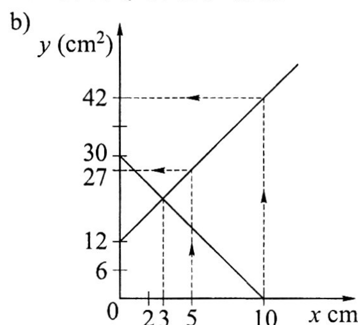
76.

a) Jei pirktų parduotuvėje „Varsa“, sumokėtų 1260 Lt, o jei parduotuvėje „Danga“ — 1372 Lt;
d) parduotuvėje „Varsa“ labiau apsimoka pirkti, kai 1 m^2 kaina ne didesnė už 90 Lt, o parduotuvėje „Danga“ — kai 1 m^2 kaina didesnė už 90 Lt. Abiejose parduotuvėse reikės mokėti vienodai, kai 1 m^2 kaina bus 90 Lt;
e) $20x < 16x + 364$, $x < 91$ (Lt).

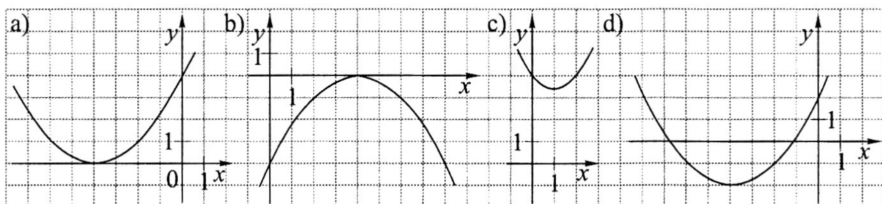


77.

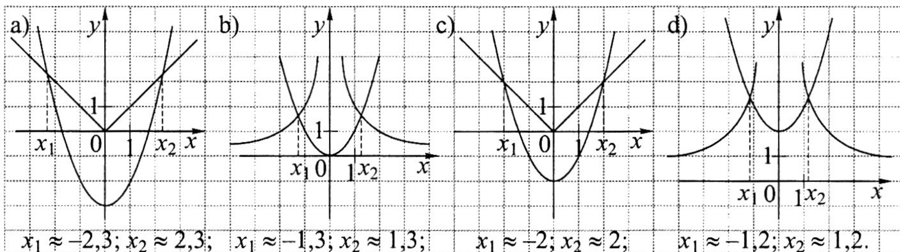
a) $S_{KLTN} = \frac{KL + NT}{2} \cdot KN = \frac{4 + x}{2} \cdot 6 = 3x + 12$;
c) 42; d) 27; e) $Q(x) = S_{KLMN} - S_{KLTN} = \frac{(10 + 4)6}{2} - (3x + 12) = 30 - 3x$;
g) $x = 3$; h) $3x + 12 = 30 - 3x$, $x = 3$.



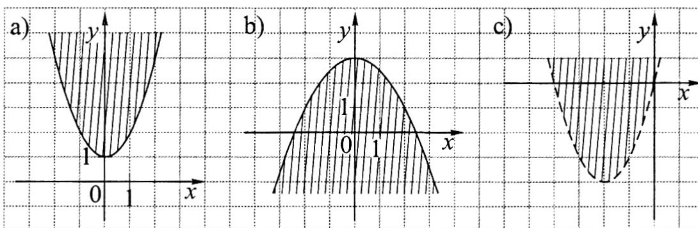
80.

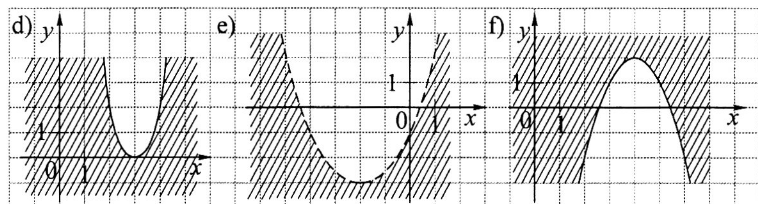


81.

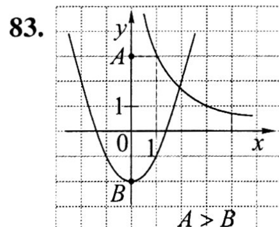


82.

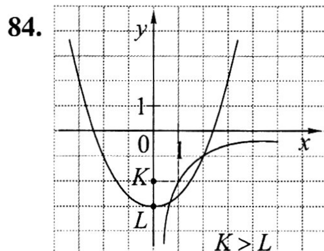




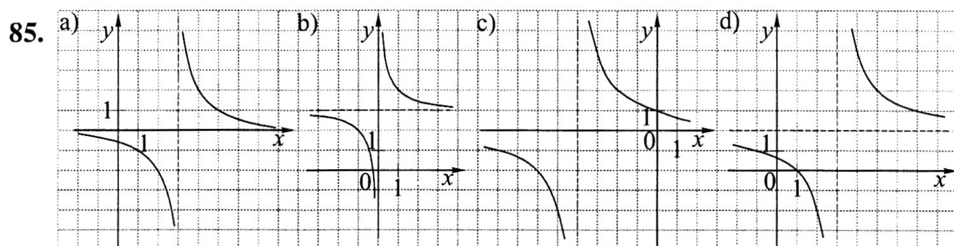
83.



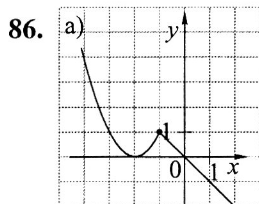
84.



85.

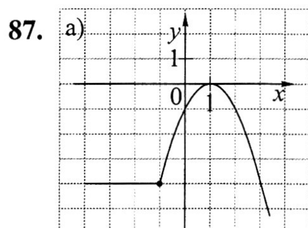


86.



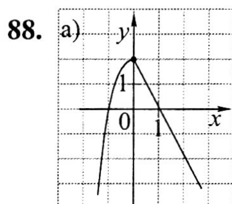
b) $f(-3) = 1$; $f(0) = 0$; $f(4) = -4$.

87.



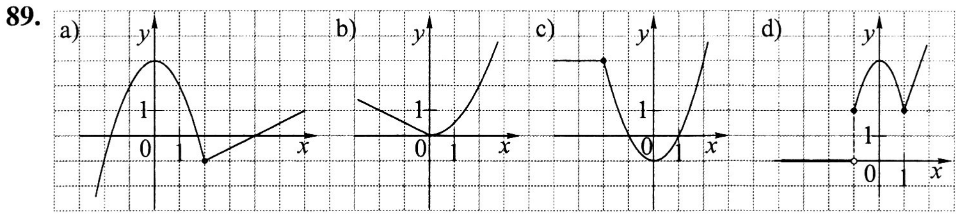
b) $f(-7) = -4$; $f(0) = -1$; $f(5) = -16$.

88.

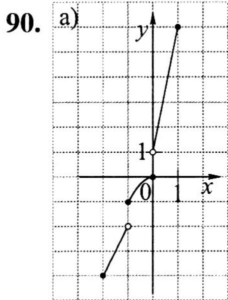


b) $f(-4) = -30$; $f(0) = 2$; $f(1) = 0$;
c) kai $x \leqslant 0$ funkcija didėja, kai $x > 0$ funkcija mažėja.

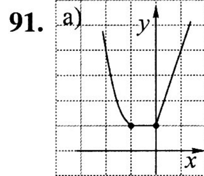
89.



90.

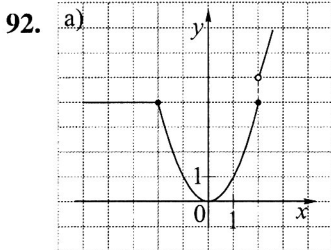


91.



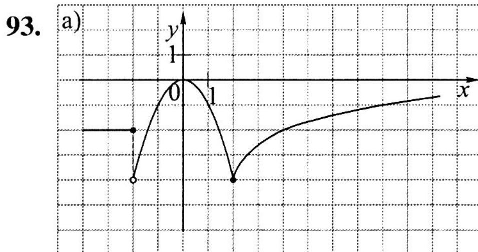
b) $f(-2) = 4;\ f(0{,}5) = 2{,}5;\ f(4) = 13.$

92.



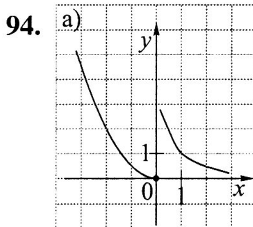
b) $f(-3) = 4;\ f(0) = 0;\ f(2{,}5) = 6{,}5.$

93.



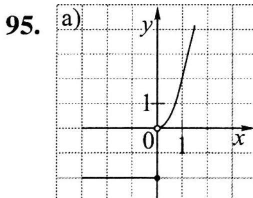
b) $f(8) = -1;\ f(-1) = -1;\ f(0) = 0.$

94.

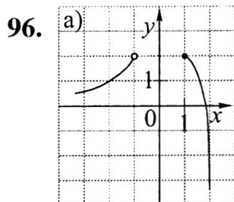


b) $f(-5) = 12{,}5;\ f(0) = 0;\ f(7) = \frac{1}{7}.$

95.



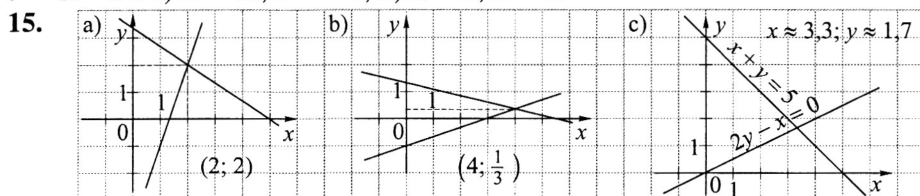
b) $f(-5) = -2;\ f(3{,}16) = 19{,}9712;\ f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}.$

96. 

b) $f(-8) = \frac{1}{4}$; $f(7) = -94$;
c) kai $x < -1$ funkcija didėja, kai $x \geqslant 1$ funkcija mažėja.

3 SKYRIUS

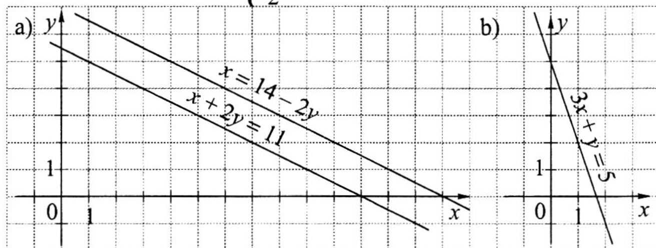
1. a) Taip; b) $x = 3$; c) $y = 5$. **2.** a) 2; b) 7,25; c) 0,5; d) $2\sqrt{2}$. **3.** a) $c = 2$; $5x-6y = 2$; b) nėra sprendinys. **5.** Priklauso. **6.** $y = 10$. **7.** $x = 5\frac{3}{4}$. **8.** Keturiais. **9.** Aštuoni. **10.** a) $\left(1\frac{1}{5}; 0\right)$; b) (0; −3). **11.** **B**. **12.** a) (3; 4); b) (0,7; −0,7); c) (−0,5; 0,5). **13.** $a = 5$; $b = 3$. **14.** a) $c = 10$, $b = -1$; b) $a = 2$, $c = 0$.

15. 

16. $A(0; 3)$, $B(2; 4)$, $C(-1; 10)$. **17.** a) 25; b) $10 + 10\sqrt{2}$. **18.** a) 8; b) $8 + 2\sqrt{5}$. **19.** a) (4,5; 7); b) $\left(-7\frac{2}{9}; -4\frac{1}{3}\right)$; c) (6; −7); d) (1; 1,5); e) (12; 4); f) (1600; 400); g) $\left(8\frac{2}{3}; -4\right)$; h) (6,5; 5,5; 2,5); i) (14; 27; −6). **20.** a) (2; 5); b) (5; 2). **21.** a) 121 ir 7; b) 44 ir −4. **22.** a) Už 10% metinių palūkanų investuota 3 400 Lt, o už 20% — 600 Lt; b) už 6% metinių palūkanų investuota 2 000 Lt, o už 8% — 8 000 Lt. **23.** a) 320 g 25% rūgšties tirpalo ir 180 g 50% rūgšties tirpalo; b) 800 mℓ 10% tirpalo ir 200 mℓ 20% tirpalo. **24.** 51; 62; 73; 84; 95. **25.** a) $\alpha = 60°$; $\beta = 20°$; b) $\alpha = 36°$; $\beta = 72°$. **26.** 137,5°; 42,5°. **27.** a) 5,25 Lt — suaugusiam; 3,25 Lt — vaikui; b) 13,5 Lt — suaugusiam; 8,5 Lt — vaikui. **28.** a) (10; −6); b) (60; 30); c) $\left(6; -5\frac{3}{4}\right)$; d) (−3; −2); e) (−6; 5); f) (24; 4); g) (8; 9); h) $\left(1\frac{1}{3}; 5\frac{1}{3}\right)$; i) (800; 500). **29.** $b = 2,5$. **30.** a) Viena vaizdajuostė kainuoja 15 Lt, o audiokasetė 9 Lt; b) viena tulpė kainuoja 3 Lt, o narcizas — 2 Lt. **31.** a) Ilgis lygus 25 m, o plotis — 9 m; b) ilgis lygus 25 m, o plotis — 11 m. **32.** a) Vėjo greitis yra 15 km/h, o lėktuvo — 165 km/h; b) upės tėkmės greitis yra 2 km/h, o garlaivio savasis greitis — 16 km/h. **33.** a) Lėktuvo greitis yra 385 km/h, o vėjo — 35 km/h; b) lėktuvo greitis yra 490 km/h, o vėjo — 70 km/h; c) valties greitis yra 6 km/h, o upės tėkmės geitis — 2 km/h; d) dviratininko greitis yra 28 km/h, o vėjo geitis — 4 km/h. **34.** a) 75; b) 84. **35.** a) 68; b) 29; c) 35; d) 38. **36.** a) 3 kg ir 7 kg; b) 8 kg ir 12 kg. **37.** a) 10; 8; b) 3 t; 5 t. **38.** 5 km/h; 4,5 km/h. **39.** 3 km/h; 5 km/h. **40.** a) 40; b) 80. **41.** a) Gediminui yra 30 metų, o Romui — 22; b) Kęstui yra 31 metai, o Juliui — 13. **42.** a) 12 cm, 18 cm; b) 20 cm^2. **43.** a) 24 ir 15; b) 90 ir 60. **44.** Rugių derlingumas šiemet yra 48 cnt/ha, o kviečių — 65 cnt/ha. **45.** 60; 40. **46.** 80 km/h; 50 km/h. **47.** a) 180 Lt; 270 Lt; b) 90 Lt; 135 Lt. **48.** 720; 150. **49.** a) $\frac{7}{9}$; b) $\frac{3}{7}$. **50.** 5 km/h; 3 km/h. **51.** 190 t; 114 t. **52.** a) 40 km/h; 80 km/h; b) 15 km/h. **53.** *Įrodymas.* a) $10x + y - (10y + x) = 9x - 9y = 9(x - y)$; b) $100x + 10y + z - (100z + 10y + x) = 99x - 99z = 99(x - z)$. **54.** a) 75; b) 71. **55.** a) (2; −1); b) (12; 10); c) (5; 1); d) (10; 5); e) (11; 10); f) (20; 15); g) (9; −8); h) (1400; 450); i) (700; 600). **56.** a) 4; b) 6; c) $2\sqrt{13}$. **57.** a) Taip; b) ne. **58.** a) (8; 9); b) (0; 0); c) (13; 8); d) (1; 2). **59.** a) $y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3}$; b) $y = \frac{5}{7}x - 2\frac{2}{7}$; c) $y = -\frac{2}{5}x + 2$; d) $y = -2x - 4$.

60. a) $\begin{cases} y = -3x + 9, \\ y = \frac{1}{2}x + 2; \end{cases}$ b) $\begin{cases} -\frac{3}{4}x + 3 = y, \\ \frac{1}{2}x - 2 = y; \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y = 3, \\ x - y = -3. \end{cases}$

61.



62. a), c), d) — sprendinių nėra; b) $(t;\, 12-4t)$, $t \in \boldsymbol{R}$; e) $(t;\, 0{,}2t-2)$, $t \in \boldsymbol{R}$; f) (4; 2; 3). **63.** a), b) — lygiagrečios; c), d) — kertasi. **64.** a) $y = 3x+4$; b) $y = -\frac{1}{2}x$. **65.** a) $\frac{2}{2} \neq \frac{1}{-1}$; b) $\frac{12}{1} = \frac{12}{1} = \frac{36}{3}$; c) $\frac{8}{16} = \frac{7}{14} \neq \frac{2}{5}$. **66.** a) Vieną sprendinį; b) sprendinių nėra; c) be galo daug sprendinių; d) vieną sprendinį; e) sprendinių nėra; f) be galo daug sprendinių. **67.** Pavydžiui: a) $3x + 2y = 7$; b) $6x - 4y = 16$; c) $9x - 6y = 4$. **68.** a) $c = 30$; b) su visomis reikšmėmis, išskyrus $c = 30$. **69.** a) Su visomis reikšmėmis, išskyrus $c = 20$; b) $c = 20$. **70.** **A** ir **B**. **71.** **A** ir **B**; **A** ir **C**; **A** ir **D**; **B** ir **C**; **B** ir **D**; **C** ir **D**. **72.** a) Taip; b) taip.

4 SKYRIUS

1. a) 17,5; b) $\frac{2}{3}$. **2.** a) $\frac{4}{3}$; b) 4; c) 6. **3.** $x = 12$; $y = 6$. **4.** 2. **5.** $BM = 5{,}2$; $MD = 7{,}8$. **6.** a) 4; b) 6. **7.** 36. **8.** *Nurodymas.* Apskaičiuokite $\triangle EDB$ kraštinių ED ir DB ilgius. **9.** *Nurodymas.* Apskaičiuokite $\triangle AED$ kraštinių AE ir ED ilgius. **10.** 69,12 ploto vienetų.

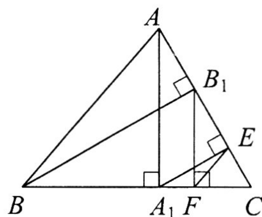
11. *Įrodymas.* $EF \parallel AB$, jeigu $\frac{CE}{CA} = \frac{CF}{CB}$ (atvirkštinė Talio teorema). Iš trikampių CEA_1 ir CBB_1 pagal Talio teoremą turime: $\frac{CA_1}{CB} = \frac{CE}{CB_1}$, t. y.

$CA_1 \cdot CB_1 = CB \cdot CE,$ (1)

o iš trikampių CFB_1 ir CA_1A: $\frac{CB_1}{CA} = \frac{CF}{CA_1}$, t. y.

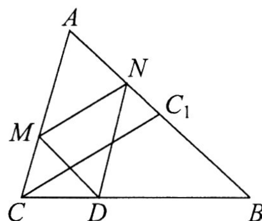
$CB_1 \cdot CA_1 = CA \cdot CF,$ (2)

Iš (1) ir (2) lygybių gauname: $CB \cdot CE = CA \cdot CF$, t. y. $\frac{CE}{CA} = \frac{CF}{CB}$. Taigi pagal atvirkštinę Talio teoremą $FE \parallel AB$.



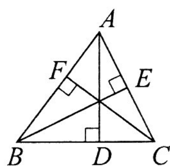
12. *Įrodymas.* $MN \parallel CC_1$, jeigu $\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AC_1}$ (atvirkštinė Talio teorema). Trikampiams CDM ir CBA pritaikius Talio teoremą gauname: $\frac{CM}{CA} = \frac{CD}{CB} = \frac{1}{3}$. Iš čia $CM = \frac{1}{3}CA$. Vadinasi, $AM = \frac{2}{3}AC$.

Pagal Talio teoremą, pritaikytą trikampiams BDN ir BCA, turime: $\frac{BN}{BA} = \frac{BD}{BC} = \frac{2}{3}$, t. y. $BN = \frac{2}{3}BA$. Vadinasi, $AN = \frac{1}{3}AB = \frac{2}{3}AC_1$. Gavome, kad $\frac{AM}{AC} = \frac{2}{3}$ ir $\frac{AN}{AC_1} = \frac{2}{3}$, t. y. $\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AC_1}$. Taigi $MN \parallel CC_1$.



13. 5,6 dm, 8 dm, 12,8 dm. **14.** 2,5 dm. **15.** 9 cm ir 17 cm. **16.** a) Negali, nes tuomet įstrižainių susikirtimo taškas dalytų įstrižaines pusiau, t. y. keturkampis būtų lygiagretainis; b) negali, nes dvigubas vidurinės linijos ilgis turi būti lygus pagrindų ilgių sumai. Šiuo atveju dvigubas vidurinės linijos ilgis lygus $\frac{2}{3}$ vieno pagrindo ilgio, o tai yra mažiau negu abiejų pagrindų ilgių suma. **17.** 25 cm. **18.** a) 16 cm; b) 32 cm. **19.** 11 cm; 21 cm. **20.** 6,5 dm; 6,5 dm; 6,5 dm; 18,5 dm. **21.** 10 cm. **22.** 4 cm. **23.** 24 cm^2. **24.** 42. **25.** 192. **26.** 12,6 cm. **27.** 6 cm. **28.** a) 12 cm; b) a^2. **29.** *Nurodymas.* a) Nubrėžkite atkarpą AB ir padalykite ją į 10 lygių dalių. Antros atkarpos galą pažymėkite A_1, o septintos — A_2. Tuomet $AA_1 : A_1A_2 : A_2B = 2 : 5 : 3$; b) pasirinktą atkarpą reikia padalyti į 14 lygių dalių. **30.** a) 12 cm; b) 15 cm. **31.** 42 cm, 56 cm. **32.** *Nurodymas.* Remdamiesi Talio teorema įrodykite, kad keturkampio $KLMN$ dvi priešingos kraštinės lygiagrečios keturkampio $ABCD$ įstrižainei AC, o kitos dvi — įstrižainei BD. **33.** a) 9; b) $\frac{52}{3}$; c) 6. **34.** a) 6 dm, 9 dm, 10 dm; b) 8 dm, 12 dm, 10 dm. **35.** 6 cm, 9 cm, 10 cm. **36.** *Nurodymas.* Taikykite Talio teoremą trikampiams ACM ir ADN, ABM ir ACN. **37.** a) $x = 48$, $y = 60$, $z = 80$; b) $x = 3{,}6$, $y = 6{,}4$, $z = 4{,}8$; c) $x = 4$, $y = 9$, $z = 3\sqrt{13}$; d) $x = 12$, $y = 9$, $z = 16$. **38.** $CF : FE = 3 : 2$. **39.** 6. **40.** a) Ne; b) taip. **41.** $\frac{2ab}{a+b}$. **42.** 60 cm^2. **43.** 36 ploto vienetai. **44.** 5,4 dm. **45.** a) 7; b) 12; c) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$; d) 7,2. **46.** a) 12; b) 1) 8; 2) 16; 3) 4. **47.** a) $3\sqrt{5}$; b) $\frac{9}{4}$; c) $\frac{65}{24}$; d) $\frac{25}{4}$; e) 1. **48.** *Sprendimas.* $\triangle OAC \backsim \triangle ODB$, nes turi vieną bendrą kampą ($\angle O$) ir kraštinės, esančios prie kampo O, yra proporcingos: $\frac{OA}{OC} = \frac{5}{8}$, $\frac{OD}{OB} = \frac{10}{16} = \frac{5}{6}$. Taigi $\frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB}$. **49.** 13,5. **50.** 10,2. **51.** a) $\triangle AED \backsim \triangle ACB$, nes $\angle DAE = \angle BAC$, $\angle AED = \angle ACB = 90^\circ$; b) $\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$. **52.** a) 12 cm; b) 3 : 5. **53.** 80 cm^2. **54.** 18, 21, 33. **55.** *Nurodymas.* Palyginkite duotojo trikampio kampus su gautojo trikampio kampais. **56.** $\sqrt{ab}$. **57.** *Nurodymas.* Palyginkite trikampių AMC ir ABN kampus.

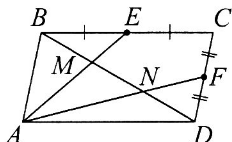
58. *Įrodymas.*



1) $\triangle ADB \backsim \triangle CFB$, todėl: $\frac{AD}{CF} = \frac{BD}{BF}$;
2) $\triangle BEC \backsim \triangle ADC$, todėl: $\frac{BE}{AD} = \frac{CE}{DC}$;
3) $\triangle BEA \backsim \triangle CFA$, todėl: $\frac{CF}{BE} = \frac{AF}{EA}$.
Panariui sudauginę gautąsias tris lygybes, gauname:
$\frac{AD}{CF} \cdot \frac{BE}{AD} \cdot \frac{CF}{BE} = \frac{BD}{BF} \cdot \frac{CE}{DC} \cdot \frac{AF}{EA}$, t. y. $\frac{AF}{BF} = \frac{BD}{DC} = \frac{CE}{EA} = 1$.

59. $AM = 8$; $MB = 6$; $CM = 8\sqrt{2}$; $MD = 6\sqrt{2}$. **60.** a) 4; b) 2,5. **61.** a) 5, 6, 9; b) 6, 14, 16.

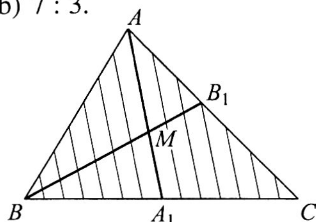
62.



Nurodymas. Trikampiams BME ir AMD, FND ir ANB taikykite Talio teoremą.

63. *Nurodymas.* Taikykite Talio teoremą. **64.** a) $P_{AED} = 29{,}6$; $P_{BEC} = 18{,}5$; $P_{AED} : P_{BEC} = 8 : 5$; b) 64 : 25. **65.** a) 140 dm, 175 dm; b) 40 dm^2, 90 dm^2. **66.** a) 3 : 2. *Nurodymas.* Kraštinę AC padalykite į 7 lygias dalis ir per dalijimo taškus išveskite tieses, lygiagrečias BB_1. Suskaičiuokite, į kiek lygių dalių šios tiesės padalijo pusiaukraštinę AA_1.

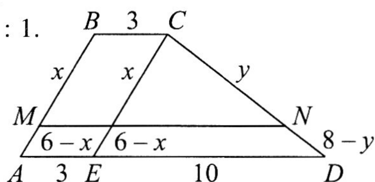
b) 7 : 3.



Sprendimas. Kraštinę AC padalykime į 7 lygias dalis ir per dalijimo taškus nubrėžkime tieses, lygiagrečias pusiaukraštinei AA_1. Jos atkarpą A_1C padalijo į 7 lygias dalis, o atkarpą MB_1 — į 3 lygias dalis. Atkarpa A_1B lygi atkarpai A_1C, todėl atkarpą A_1B taip pat padalykime į 7 lygias dalis ir per dalijimo taškus nubrėžkime tieses, lygiagrečias AA_1. Jos atkarpą BM padalijo į 7 lygias dalis. Taigi atkarpa BB_1 yra padalyta į 10 lygių dalių. Be to, $BM : MB_1 = 7 : 3$.

67. a) 3 : 2; b) 2 : 5; c) 11 : 40; d) 5 : 3. **68.** 1) a) 1 : 2; b) 8 : 15; c) 3 : 2. 2) a) 2 : 9; b) 34 : 55; c) 11 : 4. *Nurodymas.* 2) a) Atkarpą BB_1 padalykite į 5 lygias dalis ir per dalijimo taškus išveskite tieses, lygiagrečias atkarpai AA_1. Tiesės atkarpą AB_1 padalijo į 3 lygias dalis. Atkarpą B_1C padalykite į 6 lygias dalis (B_1C — du kartus ilgesnė už AB_1) ir per dalijimo taškus išveskite tieses, lygiagrečias atkarpai AA_1. Suskaičiuokite, į kiek lygių dalių padalyta kraštinė BC; b) remkitės savybe, kad trikampių, turinčių bendrą aukštinę plotai proporcingi pagrindų ilgiams; be to, $S_{MA_1CB_1} = S_{A_1AC} - S_{MAB_1}$; c) atkarpą BB_1 padalykite į 5 lygias dalis ir per dalijimo taškus nubrėžkite tieses, lygiagrečias kraštinei BC. Jos atkarpą CB_1 padalijo į 5 lygias dalis. Atkarpą B_1A reikia padalyti į $\frac{5}{2}$ lygias dalis. (B_1A dalykite į 5 lygias dalis ir per kas antrą dalijimo tašką skaitant nuo B_1, brėžkite tieses, lygiagrečias kraštinei BC.) Visos nubrėžtos tiesės atkarpą AA_1 dalija į 7,5 dalis: AM — į 5,5 ir MA_1 — į 2 dalis. Tai $AM : MA_1 = 5{,}5 : 2 = 11 : 4$. **69.** a) Taip; 1,5; b) ne.

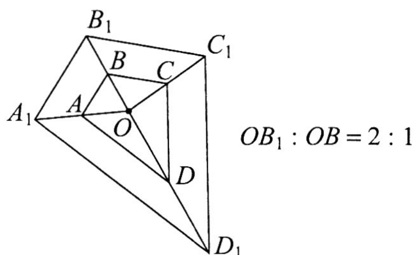
70. 6 : 1.



Nurodymas.
1) Sulyginkite trapecijų $AMND$ ir $MBCN$ perimetrus ir iš gautos lygties išreikškite y kaip x funkciją.
2) Pritaikykite $\triangle ECD$ ($CE \parallel AB$) Talio teoremą.

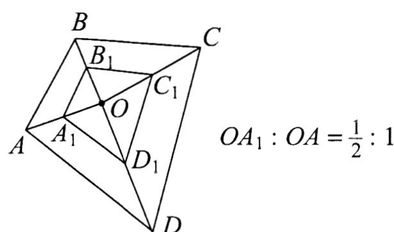
71. $\sqrt{ab}$. **72.** a) $x = 42$, $y = 18$, $z = 6{,}5$; b) $x = 6$, $y = 9$, $z = 15$; c) $x = 16$, $y = 16\frac{4}{7}$, $z = 45{,}5$.

73. a)



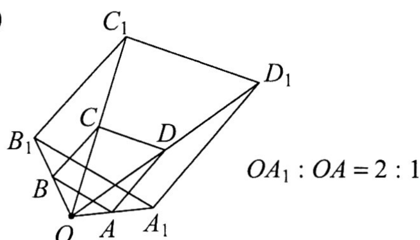
$OB_1 : OB = 2 : 1$

b)



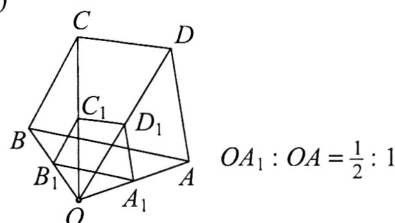
$OA_1 : OA = \frac{1}{2} : 1$

74. a)



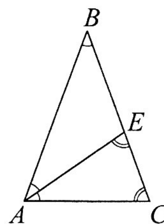
$OA_1 : OA = 2 : 1$

b)



$OA_1 : OA = \frac{1}{2} : 1$

75. *Duota*: $AB = BC$, $\angle BAE = \angle EAC$, $\triangle ABC \backsim \triangle CAE$.
Įrodyti: $\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{CE} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.
Įrodymas. Pažymėkime $AC = b$ ir $EC = x$. Kadangi $\angle BAE = \angle EAC = \angle ABC$, tai visi trys trikampiai — lygiašoniai, ir $AE = EB = b$. Iš trikampių panašumo $\frac{BC}{AC} = \frac{AE}{EC}$, $\frac{b+x}{b} = \frac{b}{x}$, $x^2 + bx - b^2 = 0$, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4b^2}}{2}$; kadangi x teigiamas, tai $x = \frac{-b + b\sqrt{5}}{2}$, o ieškomas santykis lygus $\frac{b+x}{b} = 1 + \frac{x}{b} = 1 + \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$. Beje, kadangi $\angle C = \angle A = 2\angle B$, tai $2\angle B + 2\angle B + \angle B = 180°$ ir $\angle B = 36°$. (Plg. 6 skyriaus 83 uždavinį.)



5 SKYRIUS

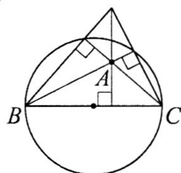
1. a) -5; 5; b) 0; 8; c) 0; 2; d) $-1\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{2}$; e) -1; 1; f) $-0{,}2$; 0,2; g) -8; 8; h) $-2\sqrt{10}$; $2\sqrt{10}$; i) $-1\frac{1}{9}$; 0; j) 0; $\frac{1}{15}$; k) 0; $10\frac{1}{2}$; l) $-\sqrt{5313}$; $\sqrt{5313}$. **2.** a) 0; b) 0; c) 4; d) $1\frac{1}{3}$; e) -2; 8; f) -7; -1; g) sprendinių nėra; h) sprendinių nėra; i) sprendinių nėra. **3.** a) 5; b) $\frac{1}{5}$; c) 3; d) $\frac{1}{3}$. **4.** a) 1,2 m; 0,8 m; b) 1,8 dm; 6 dm; c) 42 cm; 12 cm. **5.** a) 30; b) $5 + \sqrt{13}$; c) $P = 16$ cm; $S = 9{,}6\,\text{cm}^2$. **6.** $4\sqrt{3}$ dm. **7.** a) 0; b) -3; 3; c) -4; 4; d) sprendinių nėra; e) $-\sqrt{6}$; $\sqrt{6}$; f) sprendinių nėra. **8.** a) 0; 1; b) -3; 0. **9.** a) -2; b) 0; 5,5; c) -15; d) sprendinių nėra. **10.** a) $-\sqrt{\frac{3}{2}}$; $\sqrt{\frac{3}{2}}$; b) $\frac{5}{4}$; c) -1; d) -1; e) -2; 3; f) 2. **11.** a) ≈ -2; ≈ 4; b) ≈ -1; ≈ 2; c) ≈ -1; ≈ 3; d) ≈ -4; ≈ 2; e) $\approx -1{,}5$; ≈ 2; f) ≈ -2; $\approx 1{,}5$. **12.** a) Sprendinių nėra; b) sprendinių nėra; c) -7; 3; d) sprendinių nėra; e) 6; f) 7; g) 1; 3; h) sprendinių nėra; i) -2; 4; j) -3; 1; k) 9; 16; l) -5; -2.
14. a) 25; du; b) 25; du; c) -124; nėra; d) 0; vienas; e) 225; du; f) 0; vienas; g) 4; du; h) 1; du. **15.** a) -4; b) -5; 2; c) -8; 7; d) 2; 7; e) 0; 6; f) 0; -11; g) -11; $-\frac{4}{7}$; h) $-7\frac{1}{3}$; 6; i) $8\frac{1}{3}$; 9; j) $\frac{7-\sqrt{65}}{4}$; $\frac{7+\sqrt{65}}{4}$; k) -1; 1; l) x — bet koks skaičius. **16.** a) -1; 3; b) $-\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; c) -1; $1\frac{7}{15}$; d) $-3 - \sqrt{22}$; $-3 + \sqrt{22}$; e) -10; 3; f) $\frac{3}{8}$; 1; g) $-4\frac{2}{3}$; $-1\frac{2}{3}$; h) $2\frac{2}{3}$; 4. **17.** a) $x_1 \approx -7{,}15$; $x_2 \approx -0{,}35$; b) $x_1 \approx -4{,}36$; $x_2 \approx -0{,}31$; c) $x_1 \approx -0{,}09$; $x_2 \approx 1{,}76$. **18.** a) 2; b) 2; c) -38; d) -21. **19.** a) $b = 0$, $x_2 = 0$; b) $b = 2$, $x_2 = -5$. **20.** 16 arba 20. **21.** $0{,}36\,\text{m}^3$ arba $0{,}81\,\text{m}^3$. **22.** 23 cm ir 15 cm. **23.** a) 5 ir 12; b) -9 ir -38 arba 38 ir 9; c) 2 ir 3. **24.** 237 ir 432. **26.** a) 8 m; b) 30 a. **27.** a) 6 dm; b) $36\,\text{dm}^2$; c) $30\,\text{dm}^2$. **28.** a) 7 cm; b) 6 cm ir 15 cm; c) 18 cm, 24 cm, 30 cm. **29.** a) 2 cm ir 4 cm; b) 50 cm; c) $256\,\text{cm}^2$ ir $16\,\text{cm}^2$. **30.** Abu sprendiniai yra: a) teigiami; b) priešingų ženklų; c) neigiami; d) teigiami. **31.** b) $6\frac{3}{4}$; c) 5,76. **32.** a) 2; b) -54; c) 8; d) -80. **33.** a) $x_1 \cdot x_2 = 0$; $x_1 + x_2 = \frac{1}{2}$; b) $x_1 \cdot x_2 = -4{,}5$; $x_1 + x_2 = 0$. **34.** a) $x^2 - 5x = 0$; b) $x^2 - 5x + 6 = 0$; c) $x^2 - 8x + 16 = 0$; d) $x^2 + 11x + 30 = 0$; e) $x^2 - 1{,}96x - 0{,}528 = 0$; f) $12x^2 + 13x - 14 = 0$. **35.** a) $-1\frac{2}{3}$; b) $2 - \sqrt{5}$; $2 + \sqrt{5}$. **36.** a) 5; 6; b) 2; 9; c) 0,5; 2. **37.** a) $(x+6)(x+19)$; b) $(a-18)(a-11)$; c) $(m-4)(m+3)$; d) $(5x - 18)(x + 7)$; e) $(3a - 1)(a + 1)$; f) $(2m - 3)(m + 1)$; g) $-(2z + 8)(4z - 8)$; h) $(b + 6)(3b - 6)$; i) $(3x + 1)(x - 4)$. **38.** a) $-\sqrt{5}$; $\sqrt{5}$; b) $-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$; c) -2; -1; 1; 2; d) -3; 3; e) -3; 3; f) -1; 1; g) $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$; h) $-\sqrt{\frac{3}{2}}$; -1; 1; $\sqrt{\frac{3}{2}}$; i) -2; $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$; 2; j) -2; $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2; k) $-\sqrt{\frac{2}{3}}$; $-\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\sqrt{\frac{2}{3}}$; l) -1; $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$; 1. **39.** a) $-2\frac{2}{3}$; 0; b) $-2{,}5$; 1; c) -2; $-1\frac{3}{4}$; d) 1; $1\frac{5}{9}$; e) -6; -4; -1; 1; f) -5; -1; 3; g) $-2\frac{1}{2}$; -2; $\frac{1}{2}$; 1; h) -1; 1; 3.

6 SKYRIUS

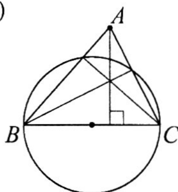
1. a) $x^2 + y^2 = 10^2$; b) $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 5^2$. **2.** a) Taip; b) taip; c) ne. **3.** *Nurodymas.* Iš apskritimo centro nubrėžkite į stygas statmenis ir nagrinėkite gautus stačiuosius trikampius. **4.** 100°, 260°. **5.** 12,5 cm. **6.** *Nurodymas. I būdas.* Nagrinėkite simetriją apskritimo centro atžvilgiu ir įsitikinkite, kad stygos yra simetriškos šio centro atžvilgiu. *II būdas.* Abiejų stygų galus sujunkite su antru apskritimo skersmens galu ir įrodykite, kad gautieji statieji trikampiai yra lygūs. **7.** *Nurodymas.* a) Remkitės 3 uždavinio a) punktu; b) remkitės 3 uždavinio b) punktu. **8.** *Nurodymas.* Iš apskritimo centro O nubrėžkite statmenį OE stygai BC. Įrodykite, kad $\triangle OEB = \triangle OEC$, $\triangle OEA = \triangle OED$ ir $\triangle OAB = \triangle ODC$. Iš gautų trikampių lygybių išplaukia, kad: a) $AB = CD$; b) $AC = BD$. **9.** *Nurodymas.* 1) Įrodykite, kad $\triangle AOC = \triangle DOB$ (čia O — apskritimo centras); 2) $AC \parallel BD$, nes $\angle ACD = \angle CDB$. **10.** *Nurodymas.* 1) Pažymėtus taškus A ir B sujunkite atkarpa ir nubrėžkite atkarpos AB vidurio statmenį. Šio statmens ir tiesės l susikirtimo taškas yra ieškomo apskritimo centras. 2) Jeigu atkarpa AB yra statmena tiesei l ir tiesė l nėra atkarpos AB vidurio statmuo, tai tiesė l ir atkarpos AB vidurio statmuo yra lygiagretūs. Apskritimo nubrėžti negalima. (Kai tiesė l yra atkarpos AB vidurio statmuo, bet kuris tiesės l taškas yra apskritimo, einančio per taškus A ir B centras.) **11.** a) 24; b) $5\sqrt{5}$; c) 5. *Nurodymas.* $\triangle OBA$ — statusis; čia OA — įžambinė, OB — apskritimo spindulys. Apskaičiuokite OA, o po to pagal Pitagoro teoremą raskite AB. **12.** $\angle ACD = \angle AED = \angle CDB = 45°$, $\angle CEB = 135°$. **13.** a) 35°; b) 41°. **14.** $\angle AOB = 36°$, $\angle BOC = 98°$, $\angle AOC = 134°$. **15.** $\angle AME = \angle EMB$. **16.** Kampai AMB, ANB ir AKB lygūs, todėl futbolininkų M, N ir K galimybės pataikyti į tuščius vartus maždaug vienodos. Deja, kai vartus saugo vartininkas, reikia atsižvelgti į atstumą iki vartų — juk jam ne vistiek, kiek laiko skrieja kamuolys. **17.** *Nurodymas.* Kampainį padėkite taip, kad stačiojo kampo viršūnė būtų apskritime. Pažymėkite taškus, kuriuose kampainio kraštinės kerta apskritimą. Jie yra apskritimo skersmens galai. Po to kampainį padėkite į kitą vietą, kad jo stačiojo kampo viršūnė būtų apskritime ir suraskite du apskritimo skersmens galus. Su liniuote nubrėžę du skersmenis, rasite apskritimo centrą. **18.** *Nurodymas.* Įrodykite, kad $\angle ACO_1 = \angle ADB$. **19.** a) $\angle AFB = \angle BEA = 90°$. b) *Nurodymas.* Nubrėžkite apskritimą, kurio skersmuo būtų bet kuri trikampio kraštinė, pavyzdžiui AB, ir pažymėkite apskritimo ir kitų dviejų trikampio kraštinių susikirtimo taškus E ir F. Dabar, remiantis a) punktu, tik su liniuote nesunkiai nubrėšite dvi trikampio aukštines, o po to trečiąją.

20.

a)

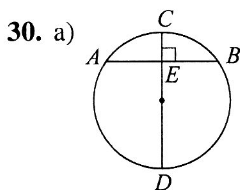


b)



21. *Nurodymas.* Remkitės 20 uždaviniu. **22.** *Nurodymas.* Įrodykite, kad stygos AB ir CD lygiai nutolusios nuo apskritimo centro O. **23.** a) 12 cm; b) $12\sqrt{3}$ cm. **24.** a) 10° arba 170°; b) 45° arba 135°; c) 80° arba 100°; d) 30° arba 150°; e) $90° - \alpha$ arba $90° + \alpha$. **25.** *Nurodymas.* Remkitės tuo, kad atkarpa BC — apskritimo skersmuo. **26.** a) $AB = 13$ cm, $CD = 14$ cm; b) $AB = 13$ cm, $CD = 14$ cm. **27.** a) 12 cm ir 6 cm; b) 14 cm ir 4 cm. **28.** 2 cm ir 6 cm. **29.** 12 cm.

30. a)

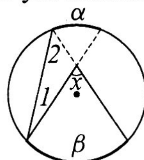


Duota: $AB = l$, $CE = h$, $CD = d$. *Įrodyti*: $d = h + \frac{l^2}{4h}$.
Įrodymas. Pagal teoremą apie susikertančių apskritimo stygų atkarpų savybę: $AE \cdot EB = CE \cdot ED$. Kadangi $AE = EB = \frac{l}{2}$, tai $ED = \frac{AE^2}{CE} = \frac{l^2}{4h}$. Akivaizdu, kad $CD = CE + ED$, t. y. $d = h + \frac{l^2}{4h}$.

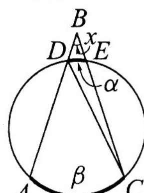
b) 37 cm. *Pastaba*. Naudodamiesi slankmačiu ir a) punkto formule, miškininkai apskaičiuoja medžio kamienų skersmenis.

31. *Nurodymas*. Įrodykite, kad: 1) keturkampio $KLMN$ priešingos kraštinės yra lygiagrečios (jis yra lygiagretainis); 2) keturkampio $KLMN$ aukštinės yra lygios ir iš čia, remdamiesi lygiagretainio ploto formule, įsitikinkite, kad lygiagretainis yra rombas.

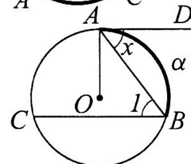
32. *Sprendimas*. a) Nubrėžkite apskritimo stygą ir pažymėkite kampus *1* ir *2*, sudarytus su duotosiomis stygomis.
Kadangi $\angle x = \angle 1 + \angle 2$, tai $\angle x = \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\beta = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$.



b) Nubrėžkite stygą DC. Tuomet $\angle x = 180^\circ - \angle BDC - \angle DCB = 180^\circ - (180^\circ - \angle ADC) - \angle DCB = \angle ADC - \angle DCB$, $\angle x = \frac{1}{2}\beta - \frac{1}{2}\alpha = \frac{1}{2}(\beta - \alpha)$.



c) Nubrėžkite stygą $CB \parallel AD$. Tuomet $\angle x = \angle 1$ (vidaus priešiniai kampai, gauti dvi lygiagrečias tieses AD ir CB perkirtus tiese AB). Kita vertus, $\smile CA = \smile AB$, nes jie simetriški tiesės AO atžvilgiu.
Kadangi $\angle 1 = \frac{1}{2} \smile CA = \frac{1}{2} \smile AB$, tai $\angle x = \frac{1}{2}\alpha$.



33. *Įrodymas*. $\triangle DBA \sim \triangle BCA$, nes $\angle BDC = \angle CBA = \frac{1}{2} \smile BC$ (žr. 32c) užd.) (matuojami puse lanko BC), o kampas A — bendras. Todėl $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AB}$, t. y. $AB^2 = AD \cdot AC$. **34.** *Nurodymas*. Remkitės 33 uždaviniu ir lygybe $BC = AD$. **35.** a) 11 cm; b) 19 cm. **36.** a) $4\sqrt{57}$ cm; b) abu plotai lygūs. **37.** 17 cm. **38.** a) $4\sqrt{3}$; b) 90°. **39.** 24 cm. **40.** $AO_1 = 10$ cm, $AO_2 = \sqrt{145}$ cm. **41.** 15 cm. **42.** $18(\pi + \sqrt{3})$ cm. *Nurodymas*. Diržo ilgis lygus liestinių AB ir CD ir lankų AMC ir BND ilgių sumai. Įrodykite, kad $\angle AO_1O_2 = 60^\circ$. Tuomet lanko AMC ilgis lygus $\frac{2}{3}$ didžiojo apskritimo ilgio, o lanko BND ilgis — $\frac{1}{3}$ mažojo apskritimo ilgio. **43.** 12,5 cm. **44.** *a*. **45.** *Nurodymas*. Pastebėkite, kad stačiojo trikampio įžambinė yra apibrėžto apie trikampį apskritimo skersmuo, o įžambinės vidurio taškas — apskritimo centras. **46.** Kadangi keturkampio priešingų kampų sumos lygios 180°, tai apie jį galima apibrėžti apskritimą. a) 6,5; b) 60. **47.** Deltoido priešingų kraštinių ilgių sumos lygios, todėl į jį galima įbrėžti apskritimą; priešingų kampų sumos nelygios 180°, todėl apie jį apibrėžti apskritimo negalima. **48.** a) $AB_1 = 3$ cm, $BC_1 = 2$ cm, $CA_1 = 4$ cm; b) 36 cm. **49.** a) $\angle ACB = \angle ADB = 60^\circ$, $\angle DAC = \angle CBD = 120^\circ$; b) $\angle ACB = 120^\circ$, $\angle ADB = 30^\circ$, $\angle CAD = \angle CBD = 105^\circ$. **50.** *Nurodymas*. Nubrėžkite stygą AC. Įrodykite, kad $\triangle ABC \sim \triangle DBA$. Užrašę atitinkamų kraštinių proporcijas, gausite reikiamą lygybę. **51.** a) 30°, 140°, 150°, 40°; b) 160°, 155°, 20°, 25°. **52.** a) 8 cm; b) 11,5 cm. **53.** 24 dm^2. **54.** 16 cm ir 36 cm. **55.** a) 6 cm; b) $\sqrt{15}$ cm. **56.** 20 dm^2. **57.** a) 12,5 cm; b) $\frac{a^2}{2}$. **58.** a) 5 cm; b) 14 cm;

10,5 cm; 49 cm; 52,5 cm. **59.** 4080 cm^2. **60.** a) 13 cm; b) 18 cm. **61.** 5 cm, 12 cm, 13 cm. **62.** 24 cm^2. **63.** a) 6 cm, 8 cm, 10 cm; b) 24 cm. **64.** 7,25 cm. **65.** 2 cm. **66.** 12 cm. **67.** 40°. **68.** a) 3 cm; 6,25 cm; b) $\frac{25}{3}$ cm; $\frac{8}{3}$ cm. **69.** $\frac{169}{24}$ cm, $\frac{10}{3}$ cm. **70.** 4,8 cm. **71.** a) 12 cm; 25 cm; b) 12 cm; 27 cm; c) 8; 25. **72.** 12 cm. **73.** a) $P_1 : P_2 = 1 : 2$; $S_1 : S_2 = 1 : 4$; b) $\frac{P_1}{P_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2}$. **74.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **75.** a) $8r^2$; b) $\frac{8r^2\sqrt{3}}{3}$. **76.** 1) *Nurodymas.* Remkitės tuo, kad DC — apskritimo skersmuo. 2) *Nurodymas.* Įsitikinkite, kad $\angle BAC = \angle EDC$ (atitinkamieji kampai, gauti tieses AB ir DE perkirtus tiese AC). 3) $DE = 3$ cm, $DC = 6$ cm; 5) $P = 24$ cm, $S = 18\sqrt{3}\,cm^2$. **77.** 4 cm. **78.** a) $\frac{a^2\sqrt{3}}{12}$; b) $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$. **79.** $a_6 = R = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm; $r = 2$ cm. **80.** a) $S_3 = \frac{867\sqrt{3}}{4}$; $S_4 = 578$; b) $S_3 = 867\sqrt{3}$; $S_4 = 1156$. **81.** a) $S_6 = 2S_3$; b) $S_3 : S_6 = 3 : 2$. **82.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **83.** *Sprendimas.* Sujungę apskritimo centrą O su dviem gretimomis dešimtkampio viršūnėmis viršūnėmis A_1 ir A_2, gausime lygiašonį trikampį OA_1A_2, kurio kampas prie viršūnės A_1OA_2 lygus $\frac{360°}{10} = 36°$. Šio trikampio kampai prie pagrindo lygūs 72°. (Taigi iš esmės tai 4 skyriaus 75 uždavinys, todėl $\frac{OA_1}{A_1A_2} = \frac{R}{a_{10}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.) **84.** a) $\frac{2\pi\sqrt{3}}{9}$; b) $S = 28\pi\,cm^2$; $l = \frac{28\pi}{3}$ cm.

85.

a)	3	280°	7π
b)	2,5	288°	5π
c)	12	100°	40π

86. a) $\frac{(4\pi - 3\sqrt{3})R^2}{3}$; b) $\frac{4\pi + 6\sqrt{3}}{3}R$. **87.** ≈ 88 m. **88.** 16 cm. **89.** a) $\left(10 + \frac{5\pi}{2}\right)$ cm; b) $\frac{25(4-\pi)}{4}\,cm^2$. **90.** a) $(12\sqrt{3}+4\pi)$ cm; b) $(36\sqrt{3}-12\pi)\,cm^2$. **91.** Abiejų figūrų plotai lygūs po $36\pi\,cm^2$. (*Pastaba.* Užbrūkšniuotų figūrų plotų suma lygi pusei skritulio ploto, t. y. $\frac{1}{2}\pi \cdot 12^2 = 72\pi$.) **92.** ≈ 151 g. **93.** $S_3 = 49\,cm^2$, $S_{\square} = \frac{28\sqrt{130}}{\pi}\,cm^2 \approx 101{,}67\,cm^2$. **94.** $11{,}25\pi$. **95.** Plotai lygūs. **96.** a) $16\pi - 12\sqrt{3}$; b) $16\pi - 24\sqrt{3}$. **97.** $\frac{(\pi - \sqrt{3})a^2}{2}$. **98.** $\frac{(4\pi - 3\sqrt{3})R^2}{6}$. **99.** $R_1 = 15$, $R_2 = 19{,}5$, $R_3 = 12$. **100.** a) $2R(4+\pi)$; b) $2R(5+\pi)$. **101.** $\frac{4\sqrt{3}+6}{3}$ cm ≈ 4,31 cm.

7 SKYRIUS

1. a) 12; b) −1; $\frac{1}{5}$; 1,5; −3; c) $\frac{2}{3}$; 1,5; 0,6; $\frac{1}{4}$; d) −2; −4; $-\frac{2}{3}$; −2.

2.

x	−13	−5	−0,2	0	$\frac{1}{17}$	1	$5\frac{2}{3}$	7	10
$\frac{x+5}{x-3}$	0,5	0	−1,5	$-1\frac{2}{3}$	$-1\frac{18}{25}$	−3	4	3	$2\frac{1}{7}$

3. a) ≈ 0,21; b) ≈ 1,28. **4.** a) $\frac{2x}{3}$; b) $\frac{2}{3}$; c) $-\frac{4c}{3}$; d) $-\frac{1}{5}$; e) $\frac{2}{3}$; f) $1\frac{2}{5}$; g) $x - 1$; h) $\frac{y-4}{3}$. **5.** a) $y \neq 2$; b) $x \neq 0$ ir $x \neq 3$; c) a — bet koks skaičius; d) $b \neq 0$ ir $b \neq 1$. **6.** a) Kai $x = 5$; b) kai $x = -1\frac{1}{2}$; c) kai $y = 0$ ir $y = 1$; d) kai $y = 0$ ir $y = -3$. **7.** a) $\frac{1}{a+b}$; b) a^2+ab+b^2; c) $\frac{1}{x-2}$; d) $1-a+a^2$. **8.** a) $3x-y$; b) $\frac{a}{2b-1}$. **9.** a) $\frac{2x-1}{6}$; b) $\frac{2x+7}{9}$; c) $\frac{2x-1}{2x}$; d) $\frac{n+1}{3p}$; e) $\frac{x-2}{7n}$; f) $\frac{-n+1}{5v}$. **10.** a) $\frac{3}{x+1}$; b) $\frac{4a+1}{a+4}$; c) $\frac{b-3}{5+b}$; d) $\frac{3+7x}{2x+1}$; e) $5-a$; f) $-(4+x)$; g) $\frac{1}{x-8}$; h) $\frac{b}{a}$; i) $\frac{a^2+b^2}{2a}$; j) $\frac{3}{b-a}$; k) $-\frac{1}{2p}$; l) $\frac{-b^2-c^2}{2b}$. **11.** a) **C**;

b) C. **12.** a) $\frac{20-4a-5b}{20}$; b) $\frac{12ab-b-a}{ab}$; c) $\frac{a-6}{6}$; d) $\frac{41a-5}{12}$; e) $\frac{3x+3y}{4}$; f) $-\frac{2x+2}{x}$. **13.** a) $\frac{1}{6}$; b) $-\frac{1}{12}$. **14.** a) $\frac{1}{y+2}$; b) $\frac{3}{a-6}$; c) $\frac{x^2+y^2}{2(x-y)^2}$; d) $\frac{a^2}{b(a-b)^2}$; e) $a-1$; f) x^2+4. **15.** a) $\frac{10b}{9a}$; b) $\frac{3}{4}$; c) 7,5; d) $\frac{b}{2}$; e) $\frac{3}{4c}$; f) $\frac{4}{3a}$; g) $\frac{3m}{2n}$; h) $\frac{7}{3}a^3b$; i) $\frac{2a}{3b^2}$. **16.** a) $\frac{x^3}{8y^3}$; b) $\frac{81a^4}{c^4}$; c) $\frac{n^6}{1000m^3}$; d) $\frac{81a^6}{4b^4}$; e) $\frac{4a^4b^2}{9m^2n^6}$; f) $-\frac{27x^6}{8y^9}$. **17.** a) $y(x-y)$; b) $\frac{2(a+b)}{c+d}$; c) $\frac{a(a+b)}{3b}$; d) $-\frac{2}{m}$. **18.** a) $\frac{4}{9x}$; b) $\frac{2xy^2}{5}$; c) $\frac{4}{9cd}$; d) $\frac{3x}{2a}$; e) $\frac{3a}{b^2}$; f) $\frac{4y^2}{9x^4}$; g) $\frac{21b^2}{2a}$; h) $\frac{2c^2}{7d^2}$; i) $170x^2y$. **19.** a) $\frac{x}{2}$; b) $\frac{3(x+2y)}{x^2}$; c) $-\frac{a^2b}{5(a+1)}$; d) $\frac{a^2}{(a-5)(a+3)}$; e) $\frac{m+n}{2m}$; f) $\frac{a^2b}{4}$. **20.** a) $c=\frac{ab}{2y}$; b) $a=\frac{2cy}{b}$. **21.** a) $c=\frac{ab}{a+b}$; b) $b=\frac{ac}{a-c}$. **22.** a) $\frac{x-y}{y}$; b) $\frac{a^3(m+1)}{m^4(m+a)}$; c) $\frac{2x+1}{2x-1}$; d) $-\frac{5y}{1+y}$; e) $-a$; f) x. **23.** a) $\frac{x-1}{x+1}$; b) $\frac{2x-a}{2x+a}$; c) $\frac{x^3+y^3}{x^3-y^3}$. **24.** a) -5; 5; b) -1; 3; c) -1; 2; d) -3; e) $\frac{1}{9}$; f) $\frac{1}{5}$. **25.** $\frac{4}{3}$. **26.** 40 km/h ir 50 km/h. **28.** 48 km/h. **29.** 80 km/h. **30.** 50 km/h. **31.** 4 km/h. **32.** 20 km/h. **33.** 15 dienų ir 12 dienų. **34.** 24 h ir 27 h. **35.** 15 km/h. **37.** 2 km/h. **38.** 2 km/h. **39.** 40 h. **40.** 8 h. **41.** 1 h 30 min. **42.** 3 h 20 min.

8 SKYRIUS

1. a) $\frac{1}{6}$; b) $\frac{5}{6}$. **2.** a) $\frac{12}{25}$; b) $\frac{13}{25}$. **3.** a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{5}$; d) $\frac{3}{10}$; e) $\frac{1}{5}$. **4.** a) $\frac{6}{183}$; b) $\frac{11}{365}$. **5.** a) $\frac{1}{8}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{1}{2}$; d) $\frac{1}{2}$; e) $\frac{7}{8}$. **6.** a) $\frac{4}{9}$; b) $\frac{2}{9}$. **7.** a) $\frac{8}{17}$; b) $\frac{12}{25}$; c) baltoji dėžutė „laimingesnė“. **8.** $(1,s)$; $(2,s)$; $(3,s)$; $(4,s)$; $(5,s)$; $(6,s)$; $(1,h)$; $(2,h)$; $(3,h)$; $(4,h)$; $(5,h)$; $(6,h)$. $P(A)=\frac{1}{4}$; $P(B)=\frac{1}{4}$; $P(C)=\frac{1}{3}$; $P(D)=\frac{1}{2}$. **9.** 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43. $P(A)=\frac{1}{2}$; $P(B)=\frac{1}{2}$; $P(C)=\frac{1}{3}$; $P(D)=\frac{5}{12}$; $P(E)=\frac{7}{12}$. **10.** a) $P=\frac{5}{12}$; b) $P=\frac{6}{12}$. **11.** *hhh*; *hhs*; *hss*; *hsh*; *sss*; *ssh*; *shh*; *shs*; $P(A)=\frac{3}{8}$; $P(B)=\frac{3}{8}$; $P(C)=\frac{1}{8}$; $P(D)=\frac{7}{8}$; $P(E)=\frac{1}{2}$. **12.** a) 140; b) 180; c) $\frac{9}{16}$. **13.** a) $\frac{13}{19}$; b) 38; c) 12.

14.

$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{6}$
$\frac{3}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{6}$
$\frac{4}{1}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{6}$
$\frac{5}{1}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{5}{6}$
$\frac{6}{1}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{6}{3}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{6}{6}$

a) $\frac{5}{12}$; b) $\frac{1}{6}$; c) $\frac{5}{12}$.

15. Santykiniai dažniai turėtų būti artimi tikimybėms: $P(A)=\frac{1}{6}$; $P(B)=\frac{1}{6}$; $P(C)=\frac{1}{2}$; $P(D)=\frac{1}{2}$. **16.** c) atveju dažniai artimesni įvykių tikimybėms. **17.** $P(A)=\frac{52}{55}$; $P(B)=\frac{3}{55}$; $P(C)=\frac{22}{55}$; $P(D)=\frac{12}{55}$. **18.** Taip. **19.** $1-\frac{3}{16}=\frac{13}{16}=0{,}8125$.

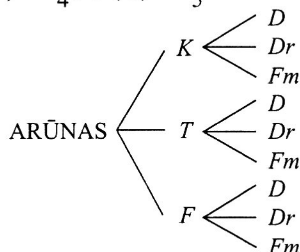
20.
a) $\overline{\text{A}}$ — iškritusių akučių sandauga yra lyginis skaičius; $\overline{\text{B}}$ — iškritusių akučių sandauga yra vienaženklis skaičius; $\overline{\text{C}}$ — iškritusių akučių sandauga nėra pirminis skaičius; $\overline{\text{D}}$ — iškritusių akučių sandauga nėra skaičiaus 3 kartotinis.
c) $P(\text{A}) = \frac{1}{4}$; $P(\text{B}) = \frac{19}{36}$; $P(\text{C}) = \frac{1}{6}$; $P(\text{D}) = \frac{5}{9}$;
d) $P(\overline{\text{A}}) = \frac{3}{4}$; $P(\overline{\text{B}}) = \frac{17}{36}$; $P(\overline{\text{C}}) = \frac{5}{6}$; $P(\overline{\text{D}}) = \frac{4}{9}$;
e) $P(\text{E}) = 1$; $P(\text{F}) = 0$.

b)

1	2	3	4	5	6
2	4	6	8	10	12
3	6	9	12	15	18
4	8	12	16	20	24
5	10	15	20	25	30
6	12	18	24	30	36

21. A ir C; B ir E; D ir F; $P(\text{A}) = \frac{1}{2}$; $P(\text{B}) = \frac{1}{6}$; $P(\text{C}) = \frac{1}{2}$; $P(\text{D}) = \frac{1}{4}$; $P(\text{E}) = \frac{5}{6}$; $P(\text{F}) = \frac{3}{4}$; $P(\text{G}) = \frac{1}{3}$.

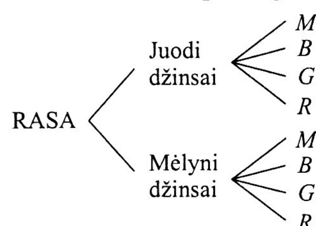
22.



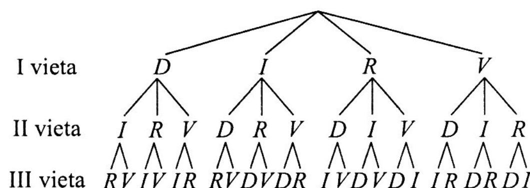
Yra 9 skirtingos pasirinkimo galimybės.

23. 8. **24.** 12.

25. Yra 8 Rasos apsirengimo būdai.



26.



27. a) Galimi 4 rezultatai: PP, PN, NP, NN (čia P — pataikė, N — nepataikė). b) Galimi 8 rezultatai: PPP, PPN, PNP, PNN, NPP, NPN, NNP, NNN (čia P — pataikė, N — nepataikė). **28.** a) $\frac{7}{8}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{8}$; d) $\frac{1}{8}$. **29.** a) $\frac{1}{12}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{1}{12}$; d) $\frac{2}{3}$; e) $\frac{5}{6}$. **30.** a) 12; b) $\frac{1}{12}$; c) $\frac{1}{6}$; d) $\frac{1}{3}$; e) $\frac{1}{2}$; f) $\frac{1}{2}$. **31.** 24. **32.** 20. **33.** 720. **34.** 60. **35.** 30. **36.** a) 125; b) 60. **37.** a) 24; b) 18. **38.** 20. **39.** a) 15; b) 225; c) 120. **40.** a) 24; b) 720. **41.** 336. **42.** $15 \cdot 14 \cdot 13 \cdots 2 \cdot 1$. **43.** a) 120; b) 60. **44.** 6. **45.** a) 6; b) 24; c) 4; d) 18. **46.** a) 90; b) 900; c) 9000; d) 90 000. **47.** 1) a) 12; b) 6; c) 24; d) 6; e) 24; f) 12; 2) a) 16; b) 8; c) 64; d) 16; e) 256; f) 128. **48.** $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 665\,280$. **49.** 20. **50.** 40 320. **51.** a) 450; b) $\frac{5}{18}$. **52.** a) Pirmoje; b) $24 \cdot 24 \cdot 10^3 = 576\,000$; $24 \cdot 10^4 = 240\,000$; c) 1000; d) $24^3 = 13\,824$; e) $24^2 = 576$; f) $10^4 = 10\,000$. **53.** $\frac{1}{17\,280}$. **54.** $\frac{1}{15\,120}$. **55.** $\frac{1}{720}$. **56.** $P(\text{A}) = \frac{1}{3}$; $P(\text{B}) = \frac{2}{9}$; $P(\text{C}) = \frac{1}{4}$; $P(\text{D}) = \frac{1}{3}$. **57.** $\frac{1}{9}$. **58.** a) 16 000; b) $\frac{1}{16}$. **59.** a) $\frac{4}{9}$; b) $\frac{5}{9}$; c) $\frac{1}{9}$. **60.** a) $\frac{1}{90}$; b) $\frac{1}{25}$; c) $\frac{1}{20}$. **61.** Požymiai yra teigiamai koreliuoti. **62.** Požymiai yra teigiamai koreliuoti. **64.** Požymiai yra teigiamai koreliuoti. **65.** Požymiai yra neigiamai koreliuoti.

9 SKYRIUS

1. a) AA_1, BB_1, A_1D_1, B_1C_1; b) AB, A_1B_1, D_1C_1; c) ADD_1 ir BCC_1. **2.** $6\sqrt{3}$ cm. **3.** $7\frac{\sqrt{33}}{2}$ cm. **4.** $24\sqrt{3}\,\text{cm}^3$. **5.** $32\,\text{cm}^3$. **6.** $8\sqrt{3}$ cm.

7.

a	10	20	20	4	$2\sqrt{2}$	$4\sqrt{2}$	10	20	10
H	6	6	12	6	12	6	9,6	2,4	19,2
V	200	800	1600	32	32	64	320	320	640

8. a) $V = 512\,\text{cm}^3$, $S_{\text{šon}} = 320\,\text{cm}^2$, $S_{\text{pav}} = 576\,\text{cm}^2$; b) $V = 400\,\text{cm}^3$, $S_{\text{šon}} = 260\,\text{cm}^2$, $S_{\text{pav}} = 360\,\text{cm}^2$. **9.** a) $V = 6000\,\text{cm}^3$, $S_{\text{šon}} = 1500\,\text{cm}^2$, $S_{\text{pav}} = 2400\,\text{cm}^2$; b) $V = 288\sqrt{3}\,\text{cm}^3$, $S_{\text{šon}} = 180\sqrt{3}\,\text{cm}^2$, $S_{\text{pav}} = 288\sqrt{3}\,\text{cm}^2$. **10.** a) $V = 1296\sqrt{3}\,\text{cm}^3$, $S_{\text{šon}} = 324\sqrt{7}\,\text{cm}^2$; b) $V = 384\sqrt{3}\,\text{cm}^3$, $S_{\text{šon}} = 192\sqrt{3}\,\text{cm}^2$.

11.

a	h	l	V
10	10	$5\sqrt{5}$	$\frac{500\sqrt{3}}{3}$
10	$5\sqrt{3}$	10	$\frac{500\sqrt{2}}{3}$
10	$5\sqrt{37}$	$5\sqrt{38}$	1000

12 a) $V = 162\sqrt{3}\,\text{cm}^3$, $S_{\text{šon}} = 81\sqrt{7}\,\text{cm}^2$, $S_{\text{pav}} = 81(\sqrt{7} + \sqrt{3})\,\text{cm}^2$; b) $V = 432\,\text{cm}^3$, $S_{\text{šon}} = 72\sqrt{15}\,\text{cm}^2$, $S_{\text{pav}} = 72(\sqrt{15} + 3)\,\text{cm}^2$; c) $V = 324\sqrt{3}\,\text{cm}^3$, $S_{\text{šon}} = 54\sqrt{39}\,\text{cm}^2$, $S_{\text{pav}} = (54\sqrt{39} + 162\sqrt{3})\,\text{cm}^2$. **13.** $S_{\text{pav}} = 17{,}6\,\text{m}^2$, $V = \frac{8\sqrt{66}}{15}\,\text{m}^3$. **14.** 9 dm. **15.** a) 2,5; b) 4; c) $1\frac{3}{7}$. **16.** Tris kartus. **17.** a) $\approx 6\,259\,590\,\text{m}^3$; b) ≈ 19 m. **18.** a) $l = 5$, $S_{\text{šon}} = 20\pi$, $S_{\text{pav}} = 36\pi$, $V = 16\pi$; b) $h = 12$, $S_{\text{šon}} = 65\pi$, $S_{\text{pav}} = 90\pi$, $V = 100\pi$; c) $r = 3$, $h = 4$, $S_{\text{pav}} = 24\pi$, $V = 12\pi$; d) $r = 7$, $S_{\text{šon}} = 56\pi$, $S_{\text{pav}} = 105\pi$, $V = \frac{49\sqrt{15}}{3}\pi$; e) $h = 8$, $l = 10$, $S_{\text{pav}} = 96\pi$, $V = 96\pi$; f) $r = 4$, $l = 5$, $S_{\text{šon}} = 20\pi$, $S_{\text{pav}} = 36\pi$; g) $r = 6$, $h = 8$, $S_{\text{šon}} = 60\pi$, $V = 96\pi$. **19.** a) $V = 800\pi$, $S_{\text{šon}} = 260\pi$; b) $V = \frac{260\,000}{3}\pi$, $S_{\text{šon}} = 900\sqrt{65}\pi$; c) $V = 2592\pi$, $S_{\text{šon}} = 540\pi$. **20.** Jeigu V_1 ir S_1 — tūris iš šoninis paviršius kūgio, gauto trikampį sukant apie 9 cm ilgio statinį, o V_2 ir S_2 — tūris ir šoninis paviršius kūgio, gauto sukant trikampį apie 6 cm ilgio statinį, tai: a) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$; b) $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{3}$. **21.** a) $V = 0{,}192\pi\,\text{dm}^3$, $S_{\text{šon}} = 0{,}96\pi\,\text{dm}^2$; b) $V = 12{,}288\sqrt{3}\pi$, $S_{\text{šon}} = 15{,}36\sqrt{3}\pi$. **22.** a) $80\pi\,\text{m}^3 \approx 251\,\text{m}^3$; b) $52\pi\,\text{m}^2 \approx 163\,\text{m}^2$. **23.** 136. **24.** a) $V = \frac{16\pi}{3}(\sqrt{33} + 6\sqrt{5})$, $S_{\text{pav}} = 84\pi$; b) $V = 16\pi(8 + \frac{2\sqrt{5}}{3})$, $S_{\text{pav}} = 104\pi$. **25.** $18\,000\pi\,\text{cm}^3 = 18\pi\,\text{dm}^3$. **26.** a) $75\sqrt{3}\,\text{cm}^3$; b) $200\,\text{cm}^3$; c) $150\sqrt{3}\,\text{cm}^3$. **27.** b) 6 cm; $1000\,\text{cm}^3$. **28.** a) $\approx 2{,}1$ cm; b) $\approx 37\,\text{cm}^3$. **29.** Didesniais, nes 6 didesnių apelsinių tūris $80\pi\,\text{cm}^3$ didesnis už 12 mažesnių apelsinų tūrį. **30.** 216. **31.** $R \approx 9{,}4$ cm, $S \approx 1108{,}6\,\text{cm}^2$, $V \approx 3471{,}7\,\text{cm}^3$. **32.** $\approx 15{,}2$ kg. **33.** $V = 240\pi$, $S = 132\pi$. **34.** a) $2 : 1$; b) $2 : 1$. **35.** 624π. **36.** $\approx 131\,\text{cm}^3$. **37.** a) $V = \frac{25}{4}(3 + \frac{\sqrt{39}}{6})\pi$, $S = \frac{125\pi}{4}$; b) $V = \frac{125}{3}\pi$, $S = \frac{175\pi}{4}$; c) $V = \frac{69}{8}\pi$, $S = \frac{3\pi}{4}(\sqrt{13} + 12 + 3\sqrt{2})$; d) $V = \frac{405}{4}\pi$, $S = \frac{135}{2}\pi$. **38.** a) $\approx 5\,\text{cm}^2$; b) $S \approx 12\,\text{cm}^2$; $V \approx 1\,\text{cm}^3$. **39.** a) $\approx 6677{,}73$ km; b) $\approx 3338{,}87$ km. **40.** a) $\approx 2225{,}91$ km; b) $\approx 1669{,}43$ km.

10 SKYRIUS

1. a) 5 metams; b) 4 metams; c) 3,75 metų, t. y. 3 metams ir 9 mėnesiams; d) $3\frac{1}{3}$ metų, t. y. 3 metams ir 4 mėnesiams. **2.** a) 10,5%; b) 11,5%. **3.** a) 12 000 Lt; b) 10 000 Lt; c) 9000 Lt; d) 12 500 Lt. **4.** a) 12,5 metų; b) $8\frac{1}{3}$ metų, t. y. 8 metams ir 4 mėnesiams; c) $6\frac{2}{3}$ metų, t. y. 6 metams ir 8 mėnesiams; d) 5 metams. **5.** a) 18,75%; b) 12,5%; c) 15%; d) 11,25%. **6.** a) 12%; b) 15%. **7.** a) 96 dienoms; b) 54 dienoms; c) 120 dienų; d) 144 dienoms. **8.** a) 5277,75 Lt; b) 4877,19 Lt; c) 5110,94 Lt; d) 5803,69 Lt. **9.** a) 3750 Lt; b) 3000 Lt; c) 2500 Lt; d) 2000 Lt. **10.** I — 310 Lt; II — 465 Lt. **11.** Žmogui naudingiausia IV paskola. I: a) 80 Lt, 160 Lt, 240 Lt; b) 20%; c) 560 Lt, 640 Lt; II: a) 60 Lt, 120 Lt, 180 Lt; b) 15%; c) 520 Lt, 580 Lt; III: a) 40 Lt, 80 Lt, 120 Lt; b) 10%; c) 480 Lt, 520 Lt; IV: a) 20 Lt, 40 Lt, 60 Lt; b) 5%; c) 440 Lt, 460 Lt. **12.** a) 75 Lt, 150 Lt, 225 Lt; b) 1725 Lt; c) 1825 Lt. **13.** a) 0 Lt, 500 Lt, 1000 Lt, 1500 Lt; b) 4625 Lt; c) 16%; d) 12%; e) *Nurodymas.* Sujunkite atkarpa taškus (0; 0) ir (4; 1500). **14.** I: paskola ketveriems metams, pirmaisiais iš jų nepriskaičiuojant palūkanų; a) 75 Lt; b) 325 Lt; c) 10%; vidutinė palūkanų norma 7,5%; II: paskola ketveriems metams, pusė metų nepriskaičiuojant palūkanų; a) 87,5 Lt; b) 337,5 Lt; c) 10%; vidutinė palūkanų norma 8,75%; III: paskola ketveriems metams; a) 100 Lt; b) 350 Lt; c) 10%; IV: paskola ketveriems metams iš karto sumokant 25 Lt; a) 100 Lt; b) 350 Lt; c) 10%; V: paskola ketveriems metams iš karto sumokant 50 Lt; a) 100 Lt; b) 350 Lt; c) 10%; VI: paskola ketveriems metams; a) 200 Lt; b) 450 Lt; c) 20%. **15.** a) I: paskola penkeriems metams, iš karto sumokėjus 200 Lt; 2%; II: paskola penkeriems metams, pirmaisiais dviem nepriskaičiuojant palūkanų; 8%; b) *Nurodymas.* Atkreipkite dėmesį į skolininko finansinę padėtį pirmaisiais dviem metais; c) I: 2950 Lt; II: 3100 Lt. **16.** a) 800; 5; 40, 80, 120, 160, 200; 840, 880, 920, 960, 1000; b) 1000; 8; 80, 160, 240, 320, 400; 1080, 1160, 1240, 1320, 1400.

17.

	Kreditas (Lt)	Palūkanų norma (%)	Palūkanos (Lt) po					Grąžintina suma (Lt) po				
			1 m.	2 m.	3 m.	4 m.	5 m.	1 m.	2 m.	3 m.	4 m.	5 m.
a)	4000	15	600	1200	1800	2400	3000	4600	5200	5800	6400	7000
b)	3000	10	300	600	900	1200	1500	3300	3600	3900	4200	4500
c)	2000	10	200	400	600	800	1000	2200	2400	2600	2800	3000
d)	1250	8	100	200	300	400	500	1350	1450	1550	1650	1750

a) $P(t) = 600t$, $t \leqslant 5$; $K(t) = 4000 + 600t$, $t \leqslant 5$; b) $P(t) = 300t$, $t \leqslant 5$; $K(t) = 3000 + 300t$, $t \leqslant 5$; c) $P(t) = 200t$, $t \leqslant 5$; $K(t) = 2000 + 200t$, $t \leqslant 5$; d) $P(t) = 100t$, $t \leqslant 5$; $K(t) = 1250 + 100t$, $t \leqslant 5$.

18.

	Paskola (Lt)	Palūkanų norma (%)	Palūkanos (Lt) po				Grąžintina suma (Lt) po			
			1 m.	2 m.	3 m.	4 m.	1 m.	2 m.	3 m.	4 m.
a)	1500	10	150	300	450	600	1650	1800	1950	2100
b)	2000	8	160	320	480	640	2160	2320	2480	2640
c)	1800	10	180	360	540	720	1980	2160	2340	2520
d)	1250	12	150	300	450	600	1400	1550	1700	1850
e)	1250	8	100	200	300	400	1350	1450	1550	1650
f)	2500	12	300	600	900	1200	2800	3100	3400	3700

a) $P(t) = 150t$, $t \leqslant 4$; b) $S(t) = 2000 + 160t$, $t \leqslant 4$; c) $P(t) = 180t$, $t \leqslant 4$; d) $S(t) = 1250 + 150t$, $t \leqslant 4$; e) $P(t) = 100t$, $t \leqslant 4$; f) $S(t) = 2500 + 300t$, $t \leqslant 4$.
20. Palūkanų norma 12%; a) 5150 Lt, 5400 Lt; b) 5083,33 Lt, 5466,67 Lt; c) 5358,33 Lt, 5583,33 Lt; d) 5841,67 Lt, 6653,33 Lt. **21.** a) 16%; b) $S(m) = 12\,000 + 160m$, $m \leqslant 60$; c) $S(d) = 12\,000 + 5\frac{1}{3}d$, $d \leqslant 1800$. **22.** a) 12%; b) $K(m) = 15\,000 + 150m$, $m \leqslant 48$; c) $K(d) = 15\,000 + 5d$, $d \leqslant 1440$. **23.** a) $P(m) = 195m$, $m \leqslant 72$; b) $P(t) = 2340t$, $t \leqslant 6$. **24.** a) $K(t) = 2160t$, $t \leqslant 3$; b) $K(d) = 6d$, $d \leqslant 1080$.

25.

	Paskola (Lt)	Palūkanų norma (%)	Palūkanos (Lt) po			Grąžintina suma (Lt) po		
			1 m.	2 m.	3 m.	1 m.	2 m.	3 m.
a)	24 000	15	3600	7200	10 800	27 600	31 200	34 800
b)	21 000	12	2520	5040	7560	23 520	26 040	28 560

a) $P(t) = 3600t$, $t \leqslant 3$; $S(t) = 24\,000 + 3600t$, $t \leqslant 3$; $P(m) = 300m$, $m \leqslant 36$; $S(m) = 24\,000 + 300m$, $m \leqslant 36$; $P(d) = 10d$, $d \leqslant 1080$; $S(d) = 24\,000 + 10d$, $d \leqslant 1080$. b) $P(t) = 2520t$, $t \leqslant 3$; $S(t) = 21\,000 + 2520t$, $t \leqslant 3$; $P(m) = 210m$, $m \leqslant 36$; $S(m) = 21\,000 + 210m$, $m \leqslant 36$; $P(d) = 7d$, $d \leqslant 1080$; $S(d) = 21\,000 + 7d$, $d \leqslant 1080$. **26.** $P = (5100t + 425m + 14\frac{1}{6}d)$ Lt; a) 17 396,67 Lt; b) 25 103,33 Lt; c) 1090,83 Lt; d) 20 541,67 Lt. **27.** $S = (12\,000 + 1440t + 120m + 4d)$ Lt; a) 16 132 Lt; b) 16 420 Lt; c) 13 336 Lt; d) 15 600 Lt; e) 14 000 Lt; f) 15 240 Lt. **28.** a) 15 000 Lt; b) 12%; c) 27 600 Lt, 31 200 Lt; d) po 8 metų, po 10 metų; e) ne ilgiau kaip per 8 metus 4 mėnesius, ne ilgiau kaip per 16 metų 8 mėnesius. **29.** a) 4000 Lt; b) 32 000 Lt; c) 12,5%. **30.** a) 17 000 Lt, $17\frac{11}{17} \approx 17{,}65$(%); b) 12 750 Lt, $17\frac{11}{17}$%; c) 10 200 Lt, $17\frac{11}{17}$%; d) 6800 Lt, $17\frac{11}{17}$%. **31.** a) 32 000 Lt, 12,5%; b) 31 200 Lt, 14,10%; c) 30 400 Lt, 15,79%; d) 30 000 Lt, 16,67%. **32.** a) 22,222%; b) 13,333%; c) 26,667%; d) 19,048%.

33. a)

Pusmečiai	Palūkanos (Lt)	Paskolos grąžinimo suma (Lt)	Skolos likutis (Lt)
1	600	2000	10 000
2	600	2000	8000
3	600	2000	6000
4	600	2000	4000
5	600	2000	2000
6	600	2000	—
Iš viso:	3600	12 000	

b)

Pusmečiai	Palūkanos (Lt)	Paskolos grąžinimo suma (Lt)	Skolos likutis (Lt)
1	600	2400	9600
2	600	2400	7200
3	600	2400	4800
4	600	2400	2400
5	600	2400	—
Iš viso:	3000	12 000	

34. a)

Mėnesiai	Palūkanos (Lt)	Paskolos grąžinimo suma (Lt)	Skolos likutis (Lt)
1	56,25	—	7500
2	56,25	—	7500
3	56,25	—	7500
4	56,25	—	7500
5	56,25	—	7500
6	56,25	7500	—
Iš viso:	337,5	7500	

b)

Mėnesiai	Palūkanos (Lt)	Paskolos grąžinimo suma (Lt)	Skolos likutis (Lt)
1	65	—	7500
2	65	—	7500
3	65	—	7500
4	65	—	7500
5	65	—	7500
6	65	7500	—
Iš viso:	390	7500	

35. a) 1,13 Lt; b) 4,53 Lt; c) 5,67 Lt; d) 3,4 Lt. **36.** a) 100 Lt; b) 150 Lt; c) 200 Lt; d) 250 Lt. **37.** a) 8,5%; b) 9,0%; c) 9,5%; d) 10,0%. **38.** a) 10 Lt; b) 25 Lt; c) 75 Lt; d) 100 Lt. **39.** a) 186,22 Lt; b) 184,81 Lt; c) 183,42 Lt; d) 182,04 Lt. **40.** a) 100; b) 150; c) 180; d) 250. **41.** a) 138 mln. Lt; b) 138,9 mln. Lt; c) 141,6 mln. Lt; d) 140,7 mln. Lt. **42.** a) 47 619 047 Lt; b) 46 511 627 Lt. **43.** a) 21 506 850 Lt; b) 21 808 220 Lt; c) 21 205 480 Lt; d) 21 928 770 Lt. **44.** a) 22 670 807 Lt; b) 22 256 098 Lt. **45.** a) ≈12,001%; b) 107,15 Lt; c) 103,5 Lt; d) ≈ 11,906%. **46.** a) Naudingiau paskolinti; b) naudingiau pirkti obligacijas. **47.** a) Naudingiau pirkti 75 Lt nominaliosios vertės taupymo lakštą; b) naudingiau pirkti 100 Lt nominaliosios vertės taupymo lakštą. **48.** a) 10% mažesnis; b) 2,5% mažesnis; c) 7% didesnis; d) 3,75% didesnis; e) $5(20-x)$% mažesnis, kai $x < 20$; $5(x-20)$% didesnis, kai $x > 20$. **49.** a) 20 Lt; b) 25 Lt; c) 30 Lt; d) 150 Lt; e) $1\frac{1}{24}x$ Lt. **50.** a) 15 Lt; b) 40 Lt; c) 50 Lt; d) 75 Lt; e) $\frac{50x}{53}$ Lt. **51. C.** **52.** a) Nei pelno, nei nuostolio; b) nei pelno, nei nuostolio. **53.** a) 18,75 Lt; b) 56,25 Lt. **54.** a) 350 Lt, 43,75%; b) 440 Lt, 55%. **55.** a) Iki 9,8% mažesniam kursui už nominaliąją vertę; b) imtinai iki 5,7% mažesniam kursui už nominaliąją vertę; c) nuo 5,7% iki 9,8% mažesniam kursui už nominaliąją vertę; d) nuo 1,6% iki 5,7% mažesniam kursui už nominaliąją vertę. **56.** a) 30 Lt; b) ≈ 12,90%. **57.** a) 29 Lt; b) ≈ 16,48%. **58.** a) 2,8% mažesnis už nominaliąją vertę; b) 1% mažesnis už nominaliąją vertę; c) 0,8% didesnis už nominaliąją vertę; d) 2,6% didesnis už nominaliąją vertę. **59.** 25 Lt; a) 15 Lt; b) 20 Lt; c) 25 Lt; d) 30 Lt. **60.** a) 12 500 Lt, 10 000 Lt, 7500 Lt; b) 30 000 Lt; c) 1800 Lt; d) Algimantas — 750 Lt, Armantas — 600 Lt, Aurimas — 450 Lt. **61.** a) 288 Lt, 224 Lt, 240 Lt, 208 Lt; b) 612 Lt, 476 Lt, 510 Lt, 442 Lt; c) 252 Lt, 196 Lt, 210 Lt, 182 Lt; d) 72 Lt, 56 Lt, 60 Lt, 52 Lt. **62.** a) 493,33 Lt; b) 1158 Lt; c) 1457,5 Lt; d) 2475 Lt. **63.** a) 3960 Lt; b) 3957,5 Lt; c) 3955 Lt; d) 3952,5 Lt. **64. A.** **65.** a) 2938,75 Lt; b) 2912,5 Lt; c) 2883,63 Lt; d) 2848,63 Lt. **66.** a) 10,25, 1489,75; b) 2500, 72; c) 2000, 1971,5; d) 3200,9. **67.** a) 3309,74 Lt; b) 1910,81 Lt; c) 1376,5 Lt; d) 2277,67 Lt. **68.** 1045,49 Lt. **69.** a) 1680 Lt; b) 1740 Lt; c) 1800 Lt; d) 1860 Lt. **70.** a) 800 Lt; b) 950 Lt. **71.** a) 150 Lt; b) 80 Lt; c) 120 Lt; d) 100 Lt. **72.** a) 1500 Lt; b) 1750 Lt. **73.** a) 16 mėn.; b) 18 mėn.; c) 20 mėn.; d) 24 mėn. **74. D.** **75.** a) 10%; b) 12,5%; c) 15%; d) 17%. **76.** a) $8\frac{1}{3}$%; b) $11\frac{16}{19}$%; c) 15%; d) $20\frac{5}{11}$%. **77.** „Vaizdo“. **78.** Vienodai bet kuriame, jeigu turime laisvų pinigų; „Uosyje“, jei stokojame laisvų pinigų. **79.** 69 900 Lt. **80.** 521 400 Lt. **81.** a) 68 088 Lt; b) 68 168 Lt; c) 67 200 Lt; d) 67 224 Lt. **82.** a) 1947 Lt; b) 2029,6 Lt. **83.** a) 236 Lt; b) 295 Lt; c) 354 Lt; d) 531 Lt. **84.** a) 9152,54 Lt, 50 847,46 Lt; b) 11 440,68 Lt, 63 559,32 Lt. **85.** a) 177 Lt; b) 219,48 Lt. **87.** a) 4,5, 29,5; b) 138,89, 163,89; c) 21,19, 3,81; d) 0,06, 0,4; e) 4,72, 5,57; f) 0,79, 0,14; g) $0{,}18x$, $1{,}18x$; h) $5\frac{5}{9}x$, $6\frac{5}{9}x$. **88.** a) 2288 Lt; b) 678 Lt. **89.** a) 25,89 Lt; b) 26,39 Lt; c) 26,89 Lt; d) 27,39 Lt. **90.** a) 29,5 Lt; b) 28,32 Lt; c) 27,14 Lt; d) 30,68 Lt. **91.** a) 545,16 Lt; b) 194,7 Lt; c) 1557,6 Lt; d) 3634,4 Lt. **92.** $p \geqslant (118 \cdot \frac{a}{A} + 18)$%. **93.** a) 7537,84 Lt; b) 9156,8 Lt; c) 2883,92 Lt; d) 7658,32 Lt. **94. D.** **95.** a) 72 Lt; b) 16,8 Lt; c) 0 Lt; d) 0 Lt. **96.** a) 2140,85 Lt; b) 2000 Lt; c) 1688,89 Lt; d) $\frac{152\,000}{100-p}$ Lt. **97.** a) 171,55 Lt; b) 132,63 Lt; c) 46,67 Lt; d) $\frac{420p}{100-p}$ Lt. **98. D.** **99.** a) 1700, 493, 1207; b) 650, 24, 494; c) 8750, 550, 418; d) 3600, 525, 372,75; e) 5015, 24, 123,6; f) 9120, 400, 116. **100.** a) 1,23 Lt; b) 1,65 Lt; c) 1,02 Lt; d) 1,43 Lt. **101.** a) 8,75 Lt; b) 10,11 Lt; c) 10,7 Lt; d) 9,34 Lt. **102.** a) 630 tūkst. Lt; b) 2000 Lt. **103.** a) 8000 Lt; b) 200%; c) $33\frac{1}{3}$%; d) 1 : 2; e) 0,8 Lt; f) 32 000 batonų. **104.** a) 160 stalų; b) 120 stalų; c) 96 stalai; d) 80 stalų. **105.** a) 75 Lt; b) 71,67 Lt; c) 70 Lt; d) 69 Lt. **106.** a) $200x$ Lt; b) $(10\,000 + 100x)$ Lt; c) $x = 100$; d) $100 < x \leqslant 150$; e) $0 \leqslant x < 100$; g) 5000 Lt; h) 2500 Lt; i) $(100x - 10\,000)$ Lt. **107.** a) $150x$ Lt; b) $(18\,000 + 50x)$ Lt; c) $x = 180$;

d) $180 < x \leqslant 250$; e) $0 \leqslant x < 180$; f) *Nurodymas.* Mastelis, pavyzdžiui, 10 krėslų — 1 langelis abscisių ašyje, 1000 Lt — 1 langelis ordinačių ašyje; g) 7000 Lt; h) 3000 Lt; i) $(100x - 18\,000)$ Lt. **108.** a) 2500 Lt; b) 50 Lt; c) 75 Lt; d) *Nurodymas.* Mastelis, pavyzdžiui, 10 megztinių — 2 langeliai abscisių ašyje, 500 Lt — 1 langelis ordinačių ašyje; e) 100 megztinių; f) pelnas, kai $100 < x \leqslant 120$; nuostolis, kai $0 \leqslant x < 100$; g) 110 megztinių, 120 megztinių; h) 70 megztinių, 90 megztinių. **109.** a) 4000 Lt; b) 100 Lt; c) 150 Lt; d) 80 porų batų; e) $I(x) = 150x$, $0 \leqslant x \leqslant 100$; f) $D(I) = [0; 100]$, $E(I) = [0; 15\,000]$; g) $S(x) = 4000 + 100x$, $0 \leqslant x \leqslant 100$; h) $D(S) = [0; 100]$, $E(S) = [4000; 14\,000]$; i) 11 250 Lt, 13 800 Lt, 11 500 Lt, 13 200 Lt; j) 750 Lt, 300 Lt; k) 600 Lt, 250 Lt; l) $(50x - 4000)$ Lt. **110.** a) 250 Lt; b) 230 Lt; c) 212,5 Lt; d) 200 Lt; e) $\left(150 + \frac{2000}{x}\right)$ Lt.

MATEMATIKA 9. UŽDAVINYNAS
(pakartotinas leidimas)

2001 04 30. 8 sp. l. Užs. Nr. 395
Leidykla TEV, Akademijos g. 4, LT-2600 Vilnius
Spausdino AB „Vilspa“ spaustuvė,
Viršuliškių skg. 80, LT-2056 Vilnius